

# Uticaj kompeticije na efikasnost sistema u Minority game

---

*Minority game je model koji na osnovu prostih pravila generiše veoma kompleksna ponašanja, a funkcioniše po principu da su pobednici oni koji su u manjini, na principu ponude i potražnje, koji se sreće i na berzi. U ovom radu je ispitivana efikasnost ovog modela u zavisnosti od kompeticije agenata. Dobijeno je da je ceo sistem efikasniji ukoliko se izbacuju agenti (strategije) izabrani na random, a ne najlošiji. Ovo navodi na zaključak da su agenti (ne)uspešni jedino u odnosu na druge agente.*

---

## 1. Uvod

Minority game (MG) (Challet, Zhang 1997) je celularni automat tj. model koji na osnovu prostih pravila generiše veoma složene obrasce ponašanja sistema. On funkcioniše po principu “isplativije je biti u manjini”, koji se može uočiti na berzi. To odgovara tržištu na kome je dostupan samo jedan proizvod, za koji se agenti odlučuju da li će da ga kupuju ili prodaju. Ukoliko se više njih odluči da prodaju nego da kupuju, onda će zbog konkurencije cena proizvoda biti niža, što odgovara onima koji kupuju proizvod, tj. onima koji su u ovom slučaju u manjini.

Model se zasniva na agentima koji u svakom koraku (iteraciji) biraju jednu od dve strane i profitiraju, dobijaju poen, ukoliko strana koju su izabrali bude malobrojnija. Broj agenata je  $N$  – neparan, kako bi na jednoj strani uvek bio veći broj agenata nego na drugoj. Na početku se agentima dodeljuje set od  $S \geq 2$ , na slučajan način izabranih, strategija na osnovu kojih agent donosi odluku na koju stranu će otići. Da bi agent mogao da koristi strategije mora da pamti  $M$  prethodnih opcija koje su pobedile, što zovemo memorijom agenta. Neka su opcije za koje se odlučuje agent 0 (kupi) i 1 (prodaj). Jedna strategija sadrži sve moguće kombinacije pobeđničkih opcija dužine  $M$  i za svaku od njih opciju za koju se agent opredeljuje u slučaju da se u prethodnih  $M$  iteracija javila baš ta kombinacija

---

*Dragomir El Mezeni (1985), Obrenovac, Ljube Nenadović 1b/17, učenik 4. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu*

*Živorad Lazarević (1985), Užice, Dimitrija Tucović 44/70, učenik 4. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu*

*MENTOR:  
Jelena Grujić, ISP*

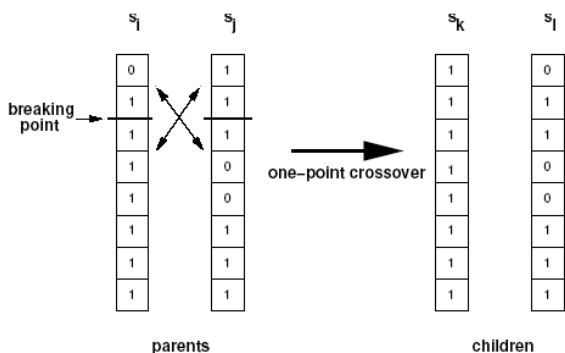
ishoda, npr. za  $M = 3$  strategija kaže: ako je prethodno stanje sistema bilo 000 izaberi opciju 1, ili ako je bilo 001 izaberi 0 itd. Skup od  $S$  ovakvih strategija čini set strategija jednog agenta. U svakoj iteraciji, strategiji se dodaje po jedan virtuelni poen ukoliko bi agent pobedio, tj. bio u manjini, da je u prethodnom krugu koristio tu strategiju. Agent koristi onu strategiju koja ima najviše virtuelnih poena. Ukoliko je više takvih strategija, onda na slučajan način bira jednu. Jedna od strategija za dužinu memorije agenta  $M = 3$  izgleda ovako:

signal:	000	001	010	011	100	101	110	111
predikcija:	1	0	0	1	1	0	1	0

Pri igranju Minority game mogu se desiti dve ekstremne situacije. Prva je da samo jedan agent odabere jednu stranu, a da svi ostali odu na drugu. Ovo je katastrofalno, jer tada ceo sistem dobija samo jedan poen. Drugi ekstremni slučaj je da  $(N - 1)/2$  agenata ode na jednu, a  $(N + 1)/2$  na drugu stranu – tada ceo sistem dobija maksimalan broj poena, što označava savršeno stanje sistema i odličnu koordinaciju među agentima u cilju postizanja što većeg broja poena. Dakle, što je broj agenata jedne opcije bliži  $(N \pm 1)/2$ , to je broj poena koje je ceo sistem dobio veći, tj. sistem je efikasniji.

Opisani sistem naziva se Basic Minority game (osnovna verzija) i njegova efikasnost se nalazi između ova dva ekstrema i zavisi od broja strategija koje poseduje svaki agent  $S$ , i veličine memorije  $M$ . U cilju povećanja efikasnosti sistema napravljene su i razne modifikovane verzije, kod kojih sistem ne uči samo preko virtuelnih poena, nego ima mogućnost i da menja skup strategija. Takve su verzije Darvinizma i Rekombinacije.

Darvinizam verzija (Challet, Zhang 1997) se zasniva na zakonu prirodnog odabira, po kome se najlošiji agent zamenjuje klonom najboljeg, tj. periodično posle svakih  $L$  iteracija, najlošijem agentu se briše set strategije i zamenjuje setom strategija najboljeg agenta, s tim da se virtuelnim poenima tih strategija postavljaju na nulu, dok stvarni poeni agenta ostaju nepromenjeni.



Slika 1.  
Rekombinacija strategija

Figure 1.  
Strategy recombination

U verziji Rekombinacije (Sysi-Aho *et al.* 2004) se ne izbacuju i kloniraju celi agenti, već se svakom agentu omogućava da modifikuje svoj set strategija kako bi se što bolje prilagodio uslovima igre. Modifikovanje strategija se vrši na sličan način na koji se geni u hromozomu rekombinuju, pa se stoga i zove rekombinacija. Periodično posle svakih  $L$  iteracija oni agenti koji se nalaze među  $F$  procenata najlošijih modifikuju svoje strategije. Agent bira dve strategije sa najviše virtuelnih poena i razmenjuje prvih  $K$  bitova strategija, gde je  $K$  slučajan broj između 1 i  $2^M - 1$ . Novonastale strategije se prepisuju na mesto najgorih strategija, ali pritom zadržavaju njihove virtuelne poene. Izgled rekombinacije strategija dat je na slici 1.

## 2. Metod

U svakoj iteraciji MG-a, jedan deo agenata izabere jednu opciju, a ostatak drugu. Broj agenata koji se opredelio za opciju 1 osciluje oko vrednosti  $(N + 1)/2$ . Što su manje oscilacije to je sistem efikasniji. Kao mera efikasnosti sistema uzeta je standardna devijacija broja agenata na jednoj strani pošto se uspostavi stabilno stanje, tj. oscilacije dostignu stalnu amplitudu.

Ispitivana je efikasnost različitih modela u zavisnosti od veličine memorije i broja strategija u setu.

U cilju nalaženja što efikasnijeg modela, modifikovana je Darwinizam verzija na dva načina. U prvoj su umesto najlošijih izbacivani random agenti, a u drugoj prosečni. Analogna modifikacija je urađena i u verziji Rekombinacije, gde su umesto najlošijih izbacivane u prvom slučaju random strategije, a u drugom prosečne. Ispitivano je kako ove modifikacije utiču na efikasnost algoritma.

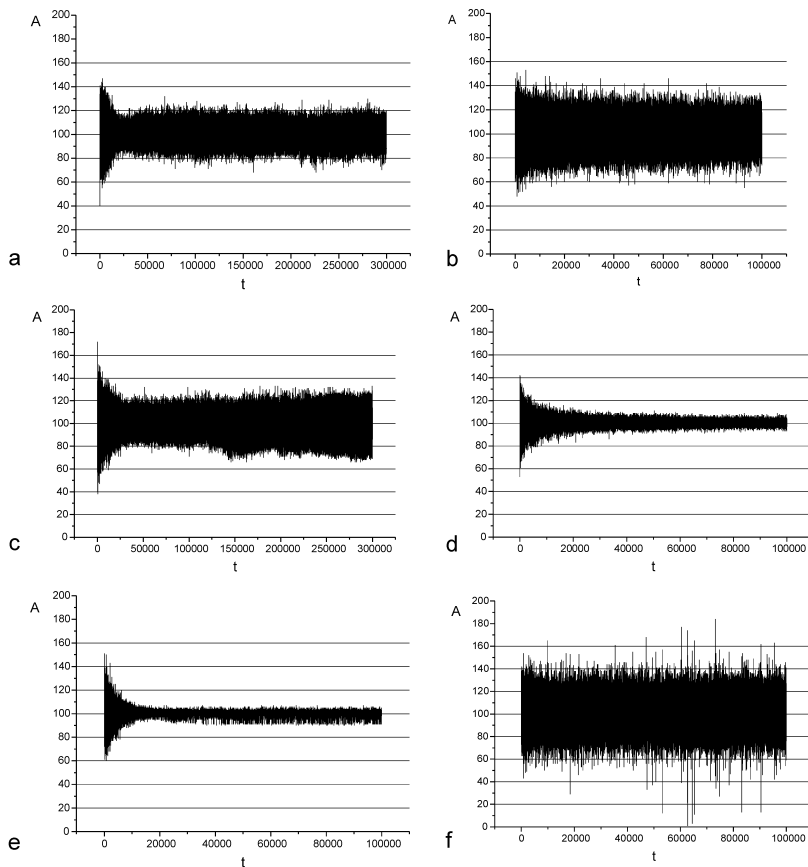
Simulacije su puštane za 100 000 do 300 000 iteracija, i broj agenata je bio fiksiran na  $N = 201$ , a broj iteracija posle kojih se modifikuju strategije  $L = 100$ . Ispitivane su zavisnosti efikasnosti sistema, standardne devijacije broja agenata, od broja strategija  $S$  i veličine memorije  $M$ . Za svaki set parametara izvršeno je po 6 merenja, a prikazani rezultati su usrednjeni.

## 3. Rezultati

### 3.0. Vremenska evolucija

Na slici 3.0.1. prikazana je vremenska evolucija različitih verzija MG-a za fiksirane parametre: broj agenata  $N = 201$ , veličina memorije  $M = 7$ , broj strategija u setu  $S = 10$  i kritični procenat najlošijih  $F = 30\%$ .

Primećuje se da kod nekih verzija standardna devijacija brzo opada i stabilizuje se na nekoj manjoj vrednosti, dok kod drugih ostaje sve vreme konstantna. S obzirom da je standardna devijacija mera efikasnosti sistema, na sledećim graficima sistematski je ispitivana zavisnost finalne standardne devijacije od parametara za različite verzije algoritma.



Slika 3.0.1.  
Vremenska evolucija  
različitih MG verzija.  
Darvinizam  
( $N = 201$ ,  $M = 7$  i  
 $S = 10$ )  
a – random verzija  
b – standardna verzija  
c – prosečna verzija  
Rekombinacija  
( $N = 201$ ,  $M = 7$ ,  
 $S = 10$  i  $F = 30$ )  
d – prosečna verzija  
e – random verzija  
f – standardna verzija

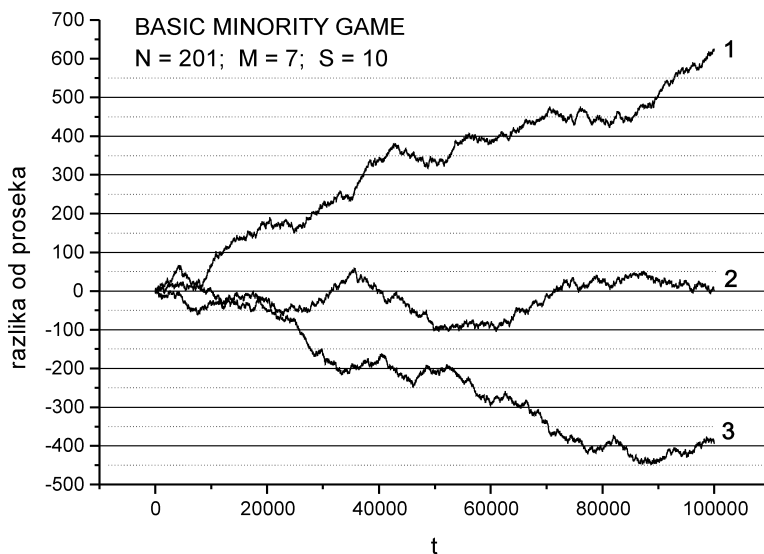
Figure 3.0.1.  
Time evolution of  
different MG versions.  
Darwinism  
( $N = 201$ ,  $M = 7$  and  
 $S = 10$ )  
a – random version  
b – standard version  
c – average version  
Recombination  
( $N = 201$ ,  $M = 7$ ,  
 $S = 10$  and  $F = 30$ )  
d – average version  
e – random version  
f – standard version

Na kraju jedne evolucije određeni su najlošiji, najbolji i prosečni agent, pa je unazad praćeno koliko se broj njihovih poena razlikovao u odnosu na prosek u svakom trenutku. Rezultati su prikazani na slici 3.0.2.

### 3.1. Darvinizam

Za fiksiranu vrednost memorije  $M = 7$  merene su standardne devijacije broja agenata za opciju 1 u zavisnosti od broja strategija  $S$  koje poseduje svaki agent, gde je  $S$  uzimalo vrednosti od 2 do 15. Na grafiku ove zavisnosti (slika 3.1.1) se može primetiti da efikasnost sistema opada s povećanjem broja strategija kojim agenti raspolažu za random i standardnu verziju, dok za prosečnu osciluje oko neke konstantne vrednosti.

Dalje je za fiksirani broj strategija  $S = 10$  merena zavisnost uspešnosti sistema od veličine memorije agenata  $M$ , koja je varirala od 2 do 12. Na dobijenom grafiku (slika 3.1.2.) se primećuje da efikasnost sistema raste sa povećanjem memorije do neke granice, za standardnu verziju  $M = 8$ , random verziju  $M = 9 \pm 2$  i prosečnu verziju  $M = 7 \pm 2$ , posle čega opada.



Slika 3.0.2.  
Grafik zavisnosti  
razlike broja poena  
od proseka za  
najgoreg, najboljeg i  
prosečnog agenta od  
vremena  
1 – najbolji  
2 – prosečni  
3 – najgori

Figure 3.0.2.  
Time dependence of  
the point number for  
the best, the worst  
and the average agent  
1 – best  
2 – average  
3 – worst

### 3.2. Rekombinacija

Za fiksiranu vrednost memorije  $M = 7$  i kritični procenat agenata koji vrše rekombinaciju  $F = 30\%$  merena je efikasnost sistema u zavisnosti od broja strategija  $S$ , koji je uzimao vrednosti od 2 do 15. Na grafiku (slika 3.2.1) se primećuje da u random verziji Rekombinacije efikasnost raste sa povećanjem broja strategija koje poseduje svaki agent, dok u standardnoj i prosečnoj opada, ali u prosečnoj mnogo sporije. Za  $S = 2$  ove verzije su identične (algoritmi postaju jednaki), za  $S = 3$  se vrlo malo razlikuju, a tek za  $S \geq 4$  njihove razlike dolaze do izražaja.

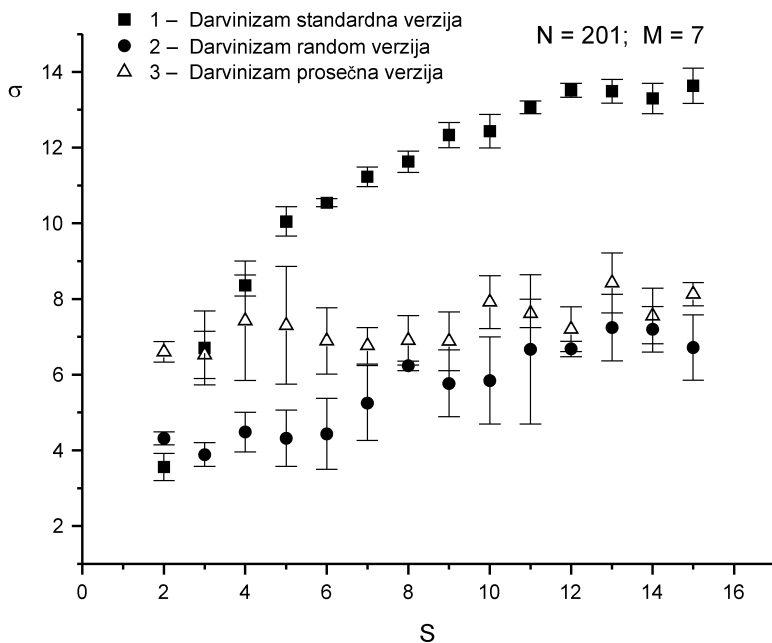
Zatim je za fiksirani broj strategija  $S = 10$  i kritični procenat  $F = 30\%$  merena zavisnost efikasnosti sistema u odnosu na veličinu memorije agenata  $M$ . Veličina memorije je varirala od 2 do 12. Na grafiku ove zavisnosti (slika 3.2.2.) se primećuje da u random i prosečnoj verziji efikasnost opada sa povećanjem memorije do neke granice (u ovom slučaju  $M = 9$ ), a zatim počinje da raste, dok je u standardnoj verziji obrnuto – do granice  $M = 8$  efikasnost raste, a zatim počinje da opada. Primećuje se da se za ovaj set parametara prosečna i random verzija veoma malo razlikuju.

## 4. Diskusija

Na slici 3.0.2. primećuje se da se posle izvesnog vremena izdvajaju nabolji i najlošiji agenti koji takvi ostaju do kraja.

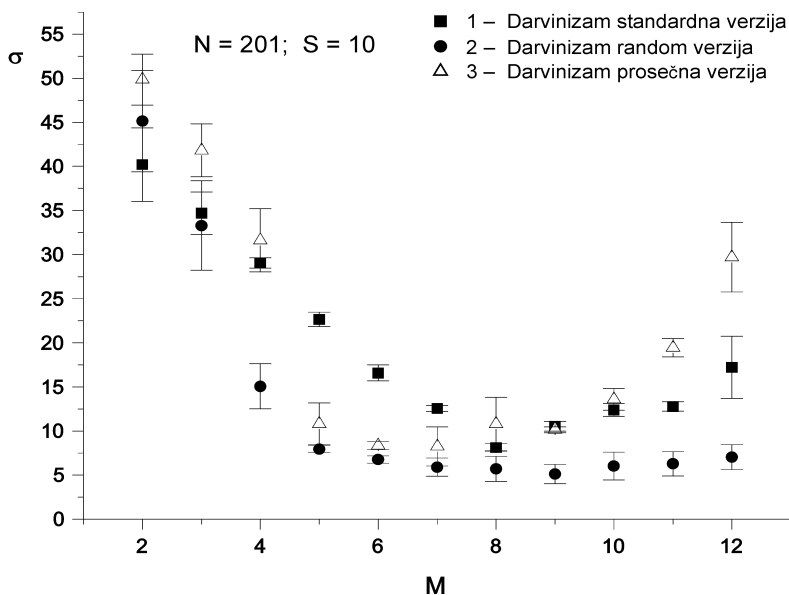
### 4.1. Darvinizam

Kao što je prethodno rečeno, na slici 3.1.1. se može primetiti da efikasnost sistema opada s povećanjem broja strategija kojim agenti raspolazu



Slika 3.1.1.  
Zavisnost standardne devijacije  $\sigma$  broja agenata za opciju 1 od broja strategija koje poseduje agent  $S$  za standardnu, random i prosečnu verziju Darwinizma

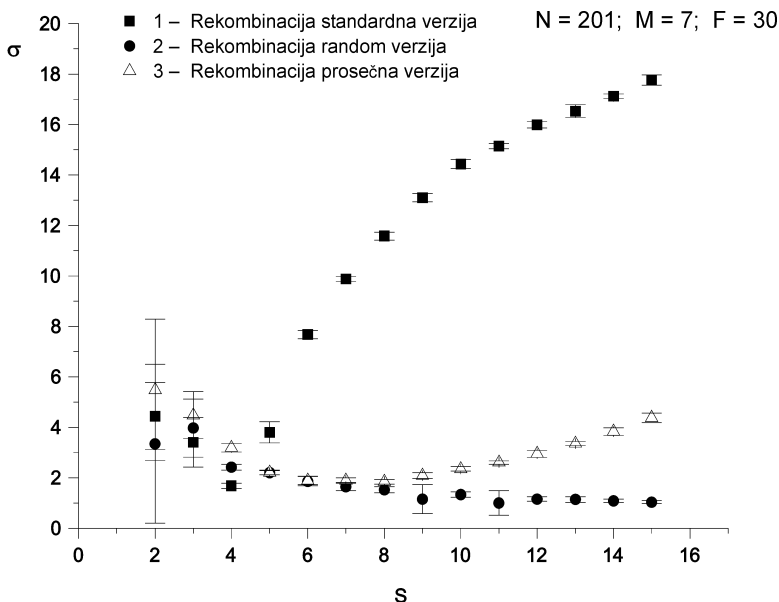
Figure 3.1.1.  
Dependence of the standard deviation  $\sigma$  of the number of agents for option 1 on the number of strategies  $S$  for the standard (1), random (2) and average (3) version of Darwinism, where the number of agents  $N = 201$  and memory size  $M = 7$



Slika 3.1.2.  
Zavisnost standardne devijacije  $\sigma$  broja agenata za opciju 1 od broja strategija koje poseduje agent  $S$  za standardnu, random i prosečnu verziju Darwinizma

Figure 3.1.2.  
Dependence of the standard deviation  $\sigma$  of the number of agents for option 1 on the memory size  $M$  for the standard (1), random (2) and average (3) version of Darwinism, where the number of agents  $N = 201$  and the number of strategies  $S = 10$

za standardnu i random verziju, dok za prosečnu osciluje oko neke konstantne vrednosti. Ovo se može objasniti time što agenti, kada imaju veliki broj strategija, češće ih menjaju, što dovodi do manje uspešnosti svakog agenta, a samim tim i celog sistema. Već je pokazano da je uspeh agenta obrnuto srazmeran frekvenciji menjanja strategije koju koristi (Challet, Zhang 1997).



Slika 3.2.1.   
 Grafik zavisnosti standardne devijacije  $\sigma$  broja agenata za opciju 1 od broja strategija koje poseduje agent  $S$  za standardnu, random i prosečnu verziju Rekombinacije

Figure 3.2.1.   
 Dependence of the standard deviation  $\sigma$  of the number of agents for option 1 on the number of strategies  $S$  for the standard (1), random (2) and average (3) version of Recombination, where the number of agents  $N = 201$ , memory size  $M = 7$ , and percent of the worst performing agents  $F = 30\%$

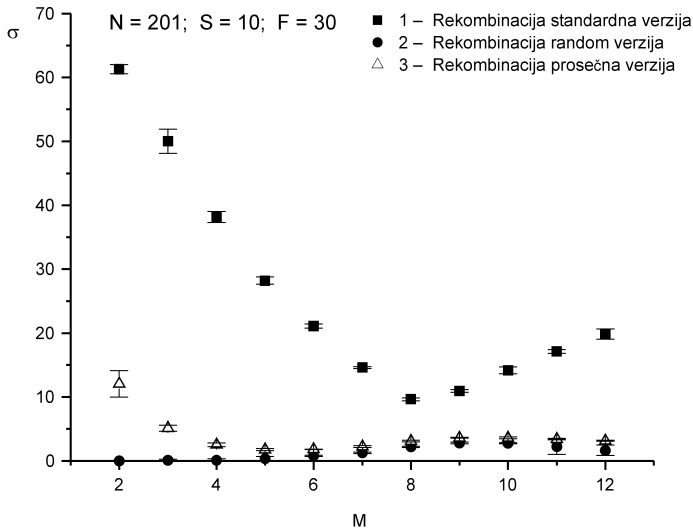
Na slici 3.1.2. primećuje se da efikasnost sistema raste sa povećanjem memorije do neke granice, posle čega počinje da opada. Dakle, postoji optimalna dužina memorije. Sa porastom memorije povećava se i agentova mogućnost predviđanja, ali posle određene vrednosti on kao da ima višak informacija.

Bitno je primetiti u oba ova slučaja (slika 3.1.1. i slika 3.1.2) da je efikasnost random i prosečne varijante znatno veća u odnosu na standardnu. To znači da sistem postiže bolje stanje ako vremenom iz njega izbacujemo slučajno izabrane ili prosečne agente zamenjujući ih klonovima najboljih, nego ako to isto radimo sa najlošijim agentima. Ovo možda deluje nelogično, ali u ovom modelu, kako smo ga u startu definisali, uspeh agenata je relativna stvar, jer su oni uostalom dobili poene i bili u manjini baš zbog toga što su ostali agenti otišli na drugu stranu.

Dakle, izbacivanjem najgorih agenata smanjujemo relativnu moć najboljih, dolazi do sukoba što negativno utiče na efikasnost sistema. Random izbacivanje smanjuje verovatnoću sukoba, jer sa podjednakom verovatnoćom može izbaciti bilo kog člana sistema, pa je samim tim i random verzija efikasnija. Izbacivanjem prosečnih agenata se ne menja međusobni odnos agenata, pa je samim tim i ova verzija efikasnija.

## 4.2. Rekombinacija

S obzirom da je sistem efikasniji što manje agent menja strategije (Challet, Zhang 1997), a pri rekombinacijama sve strategije teže da postanu jedna, tj. razlika među strategijama se smanjuje tokom vremena (Sysi-Aho *et al.* 2004), te je verzija Rekombinacije uspešnija od osnovne verzije.



Slika 3.2.2. Grafik zavisnosti standardne devijacije  $\sigma$  broja agenata za opciju 1 od veličine memorije  $M$  za standardnu, random i prosečnu verziju Rekombinacije

Figure 3.2.2. Dependence of the standard deviation  $\sigma$  of the number of agents for option 1 on the memory size  $M$  for the standard (1), random (2) and average (3) version of Recombination, where the number of agents  $N = 201$ , number of strategies  $S = 10$ , and percent of the worst performing agents  $F = 30\%$

Na slici 3.2.1. se primećuje da u random verziji Rekombinacije efikasnost raste sa povećanjem broja strategija koje poseduje svaki agent, što je suprotno u odnosu na Darwinizam verziju i standardnu verziju, što znači da se kod random verzije javlja neki dodatni efekat koji dovodi do toga da se ova verzija drugačije ponaša.

Na slici 3.2.2. se primećuje da u random varijanti efikasnost opada sa povećanjem memorije do neke granice ( $M = 9$ ), a zatim počinje da raste. Optimalna dužina memorije postoji samo za standardnu verziju Rekombinacije, dok kod random i prosečne verzije takva dužina memorije ne postoji.

Uočava se da su random i prosečna verzija Rekombinacije efikasnije od standardne verzije.

## 5. Zaključak

Iako vrlo jednostavan sistem, Minority game generiše veoma složene obrasce ponašanja. Veoma važna činjenica je to da najviše polovina agenata može da profitira u svakom krugu. Odatle proizilazi da su ti agenti koji su pobedili u nekom krugu to uradili zahvaljujući gubitku većine, a ne nezavisno od ostalih. Pa možemo zaključiti da su agenti uspešni samo u odnosu na druge agente i ako bismo eliminisali loše agente iz igre, umesto da se poboljša, ceo sistem će da propada (relativni rang najboljih opada). Ovo se najbolje pokazalo u verzijama Darwinizma i Rekombinacije, gde je varijanta u kojoj smo izbacivali random agente bila dosta uspešnija od verzije u kojoj smo izbacivali najgore. Da kompeticija postoji i na nivou strategija pokazuju ispitivanja u RPA (Recombination with parents alive) verziji, gde je takođe random varijanta bila znatno uspešnija od standardne.



## Literatura

Challet D., Zhang Y-C. 1997. Emergence of Cooperation and Organization in an Evolutionary Game. *Physica A*, **246**: 407

Sysi-Aho M., Chakraborti A., Kaski K. 2004. Searching for good strategies in adaptive minority games. *Physical Review E*, **69**: 036125

---

*Dragoljub El Mezeni and Živorad Lazarević*

### Influence of Competition on System Efficiency in Minority Game

Minority game is a model that uses simple rules to generate very complex behaviors, and its main principle is that minority wins, like the supply and demand rule which is often seen on the market. In this paper we examined how competition between agents effects the model efficiency and how the success of an agent effects the efficiency of the whole system. It is expected that when we kill the worst agents, the system becomes more efficient, because the average agent efficiency has grown. However, it was found that the efficiency decreases instead of increasing. This not only relates to the entire agents' system, but also to each separate agent strategy. In each round up to one half of the agents can profit. Therefore the agents win the round thanks to the loss of the majority, not unrelated to other agents. We can conclude that agents are successful only related to each other. This was best seen in the Darwinism and Recombination versions, where the case when we killed random agents was more efficient than the case when we killed the worst ones. In the RPA (Recombination with parents alive) version we can see that there is also competition between strategies, and random version is also more efficient than the standard one.

