
Trivko Kukulj

Lokalizacija zvuka u metamaterijalima

U ovom radu merena je raspodela intenziteta zvuka u metamaterijalu i ispitana je lokalizacija talasa određenih frekvencija u različitim delovima metamaterijala. Struktura je eksperimentalno realizovana. Izmeren je akustični pritisak za 11 različitih frekvencija u opsegu od 3.8 kHz do 14.6 kHz. Za frekvencije do 10 kHz, akustični pritisak je maksimalan na lokacijama predviđenim teorijskom zavisnošću, dok je za više frekvencije maksimum akustičnog pritiska slabije izražen. Postignuta je lokalizacija komponenti određenih frekvencija, pri čemu je intenzitet svake komponente određen akustičnim pritiskom na odgovarajućem mestu lokalizacije. Urađena je numerička simulacija u softverskom okruženju COMSOL Multiphysics. Eksperimentalni i numerički rezultati potvrđuju da pri prostiranju talasa kroz strukturu dolazi do lokalizacije energije talasa na određenim mestima unutar strukture. Takođe, urađena je i optimizacija strukture Monte-Carlo algoritmom, da bi se postigla bolja lokalizacija, tj. veći intenzitet akustičnog polja u ćelijama strukture.

Uvod

Metamaterijali su veštačke strukture napravljene od niza periodično raspoređenih ćelija. Ove strukture ispoljavaju specifične osobine koje se ne mogu opaziti kod prirodnih materijala. Svojstva metamaterijala ne potiču od samog materijala od kojeg je struktura napravljena, već od dimenzija i oblika jedinične ćelije. Ove strukture se konstruišu u cilju ispoljavanja određenih po-

java, te je geometrija metamaterijala osnova iz koje proističu dalja svojstva. Kada se kroz metamaterijal prostire talas, može doći do apsorpcije, disperzije, lokalizacije, blokiranja određenih frekvencija i drugih pojava talasne prirode, zavisno od vrste metamaterijala i njegove namene. U ovakvim strukturama se mogu dobiti izrazito velike jačine akustičnog, električnog ili magnetnog polja. Do ovakvih pojava dolazi ukoliko su dimenzije ćelija metamaterijala srazmerne talasnoj dužini talasa koji se kroz njih prostire. Prema vrsti talasa na koje utiču, metamaterijali se dele na optičke metamaterijale, koji deluju na elektromagnetne talase i akustične metamaterijale koji deluju na mehaničke talase.

Često se pri matematičkom modelovanju ovakvih sistema struktura metamaterijala posmatra kao homogena sredina opisana svojim efektivnim parametrima. Kod optičkih metamaterijala, dve konstante koje opisuju prostiranje talasa kroz strukturu su dielektrična konstanta (ϵ) i magnetna permeabilnost (μ) sredine, dok kod akustičnih metamaterijala svojstva strukture zavise od gustine (ρ) i stišljivosti sredine (β). U zavisnosti od konstrukcije metamaterijala, navedeni parametri mogu imati proizvoljno velike, male ili čak negativne vrednosti (Čeljuska 2015). Ovaj pristup je često pogodan pošto olakšava analitičko rešavanje problema, a pritom krajnji rezultat važi pod određenim aproksimacijama. Ukoliko je moguće izvesti precizno analitičko rešenje, ono treba da se poklapa sa pojednostavljenim, izvedenim pod datim aproksimacijama.

Metamaterijali se često primenjuju u medicini, inženjerstvu, telekomunikacijama (Kim i Rho 2015). Istraživanja u ovim oblastima se većinom bave optičkim metamaterijalima koji zbog svojih neobičnih osobina imaju veliku primenu u konstrukciji elektronskih komponenti znatno manjih dimenzija, efikasnijem iskorišćenju obnovljivih izvora energije i u konstrukciji sočiva

Trivko Kukulj (1998), Nenada Valčeva 39, Novi Kneževac, učenik 4. razreda gimnazije „Jovan Jovanović Zmaj” u Novom Sadu

MENTOR: Petar Bojović, Fizički fakultet Univerziteta u Beogradu

koja imaju veću moć razlaganja, tzv. supersočiva (Pendry 2000). Akustični metamaterijali se primenjuju u zaštiti od seizmičkih talasa, oblasti vibroizolacije, ili kao akustični filteri (Guenneau *et al.* 2007).

Ovaj rad se bavi lokalizacijom zvuka, pri prolasku kroz akustički metamaterijal. Na osnovu efektivnih parametara strukture izvedena je teorijska zavisnost položaja lokalizacije talasa od frekvencije. Eksperimentalno i numerički je određena raspodela intenziteta zvuka u ćelijama metamaterijala i početni model je optimizovan Monte-Karlo metodom u cilju postizanja većeg akustičnog pritiska na položajima lokalizacije.

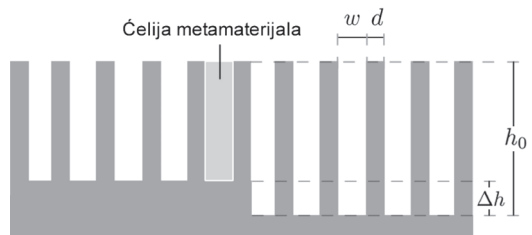
Opis aparature i metoda rada

Ispitani model se sastoji od 70 vertikalnih prepreka. Ove prepreke formiraju strukturu metamaterijala koja se ponavlja. Jedinična ćelija metamaterijala je prostor između dve susedne prepreke (slika 1). Prepreke se nalaze na međusobnom rastojanju $w = 5.8$ mm, a debljina svake pojedinačne prepreke je $d = 2.4$ mm. Prepreke su podeljene u 14 grupa od po 5 prepreka, tako da su sve poravnate odozgo, pri čemu svaka grupa prepreka ima određenu visinu. Visina prve grupe prepreka je $h_0 = 25.4$ mm, potom se postepeno smanjuje, tako da je visina svake sledeće grupe prepreka manja za $\Delta h = 1.5$ mm. Širina metamaterijala je $y = 50$ mm i odabrana je tako da ne utiče na prostiranje talasa u XZ-ravni. Pošto struktura ima znatno veću širinu u odnosu na debljine prepreka i debljine ćelija, može se zanemariti uticaj krajeva strukture na akustično polje u ravni simetrije metamaterijala. Ovime je struktura efektivno svedena na 2D model.



Slika 2. Šema postavke eksperimenta. Zvučnik postavljen ispred strukture emituje talas određene frekvencije. Mikrofonom se meri se akustični pritisak u svakoj ćeliji strukture.

Figure 2. Schematic drawing of the experimental set-up. The speaker set in front of the structure emits sound waves of a certain frequency. A microphone is used to measure the acoustic pressure in each cell of the structure.



Slika 1. Struktura metamaterijala se sastoji iz pravilno raspoređenih prepreka. Parametri strukture su debljina prepreke d , debljina ćelije w , visina prve grupe prepreka h_0 i korak smanjivanja visine Δh .

Figure 1. The structure of the metamaterial consists of properly distributed grooves. The parameters of the structure are the thickness of each groove d , the width of the unit cell w , the height of the first group of grooves h_0 and the the height decrement Δh in every 5 grooves.

Struktura je orijentisana tako da se na prednjem delu nalaze prepreke manje visine, a na zadnjem prepreke veće visine (slika 2). Ispred strukture je postavljen zvučnik koji emituje sinusni talas određene frekvencije. Mikrofon dimenzija $5 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$ se postavlja u svaku ćeliju redom i meri se akustični pritisak (odstupanje od atmosferskog pritiska) tokom zvučnog signala. Izmerene vrednosti se prosleđuju do računara. Generisanje signala i merenje akustičnog pritiska se vrši pomoću softverskog okruženja MATLAB.

Akustični pritisak predstavlja odstupanje pritiska u nekoj tački prostora u odnosu na pritisak okoline, tj. atmosferski pritisak. Ove varijacije u pritisku ljudsko uvo interpretira kao zvuk. Ipak, amplituda akustičnog pritiska se može odrediti samo relativno u odnosu na pritisak okoline, jer

se instrumenti kojima se mere varijacije kalibrišu tako da referentni pritisak odgovara vrednosti atmosferskog pritiska, a ne vrednosti pritiska u vakumu.

Merenje akustičnog pritiska je najpraktičnije vršiti mikrofonom, ali se pritom izmerena amplituda pretvara u električni signal koji se dalje prosleđuje do računara. Pri ovakvom merenju dobijeni izlaz ne predstavlja pritisak već napon koji mikrofonski prosleđuje, a koji je proporcionalan odstupanju od atmosferskog pritiska. U tom smislu, dobijene vrednosti se mogu interpretirati relativno u odnosu na atmosferski pritisak.

Teorijske osnove

Širina metamaterijala je višestruko veća od talasne dužine talasa koji propagiraju kroz strukturu, te se može zanemariti uticaj krajeva strukture na akustični pritisak u ravni simetrije. Metamaterijal i okolina se mogu posmatrati kao tri sredine: vazduh iznad prepreka (sredina 1), ćelije metamaterijala (sredina 2) i oblast ispod ćelija metamaterijala koja je napravljena od osnovnog materijala korišćenog za strukturu, ovde od čelika (sredina 3).

Smer prostiranja talasa kroz strukturu je od nižih ka višim preprekama (slika 3). Prostiranje talasa u sredini 2 se može opisati anizotropnom talasnom jednačinom u vremenski nezavisnom obliku:

$$\frac{1}{\rho_x} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho_z} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\omega^2}{\beta} P. \quad (1)$$

U prethodnoj jednačini ω predstavlja kružnu frekvenciju talasa koji se prostire kroz strukturu, ρ_x i ρ_z su x -komponenta i z -komponenta tenzora gustine, redom. Ove komponente se mogu razli-

kovati ako je sredina anizotropna. β je modul stišljivosti sredine. Pretpostavljen je opšti analitički oblik za polje akustičnog pritiska (Billingham i King 2000). Ako se pretpostavi da akustični pritisak u sredinama (1) i (3) opada eksponencijalno duž vertikalne ose, jednačine imaju oblik:

$$P_1 = A_1 \exp[-\tau_1(x-h) - ik_z z], \text{ za } x > h, \quad (2)$$

$$P_2 = (A_{21} \cos(k_x x) + A_{22} \sin(k_x x)) \exp(-k_z z), \text{ za } h > x > 0 \quad (3)$$

$$P_3 = A_3 \exp(\tau_3 x - ik_z z), \text{ za } 0 > x, \quad (4)$$

gde su A_1, A_{21}, A_{22} i A_3 konstante, a τ_1 i τ_3 koeficijenti atenuacije u sredinama 1 i 3 redom. Uvrštavanjem izraza (2) u jednačinu (1) dobija se disperziona relacija za sredinu 1, pri čemu je $\rho_x = \rho_z = \rho_v$ gustina vazduha i $\beta = \beta_v$ moduo stišljivosti vazduha:

$$\tau_1^2 = k_z^2 - \omega^2 \frac{\rho_v}{\beta_v} = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (5)$$

gde je $c = \sqrt{\rho_v^{-1} \beta_v}$ je označena brzina prostiranja zvuka u vazduhu. Sredina 2 se može aproksimirati kao homogena sredina, čiji se efektivni parametri mogu izraziti preko gustine i modula stišljivosti vazduha kao:

$$\rho_x = \frac{w+d}{w} \rho_v, \quad (6)$$

$$\beta_x = \frac{w+d}{w} \beta_v. \quad (7)$$

Pošto je gustina čelika višestruko veća od gustine vazduha, može se pretpostaviti da je u sredini 3 efektivna gustina $\rho_x = \rho_z = \rho_3 \rightarrow \infty$. Polje brzina se može odrediti na osnovu polja akustičnog pritiska kao:



Slika 3. Metamaterijal i okolina se mogu posmatrati kao tri sredine: vazduh iznad prepreka (sredina 1), ćelije metamaterijala (sredina 2) i oblast ispod ćelija metamaterijala od čelika (sredina 3).

Figure 3. The metamaterial and the surrounding environment can be described as three adjacent media: the air above the metamaterial (medium 1), metamaterial structure, consisting of unit cells (medium 2), and the bulk steel medium underneath the cells of the metamaterial (medium 3).

$$\vec{V} = \frac{1}{i\omega} \rho^{-1} \nabla P. \quad (8)$$

Nepoznati koeficijenti u izrazima (2), (3) i (4) se mogu odrediti iz uslova da akustični pritisak i normalna komponenta brzine moraju biti nepredni na granicama između susjednih sredina:

$$P_1|_{x=\tau} = P_2|_{x=h}, \quad (9)$$

$$P_2|_{x=0} = P_3|_{x=0}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{i\omega\rho_v} \frac{\partial P_1}{\partial x} \Big|_{x=h} = \frac{1}{i\omega\rho_x} \frac{\partial P_2}{\partial x} \Big|_{x=h}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{i\omega\rho_x} \frac{\partial P_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{1}{i\omega\rho_3} \frac{\partial P_3}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (12)$$

Raspisivanjem relacija (9), (10), (11) i (12) uz navedene aproksimacije, dobija se:

$$\tau_1 = \frac{w+d}{w} \frac{\omega}{c} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c} h\right) = \frac{p}{w} k_0 \operatorname{tg}(k_0 h), \quad (13)$$

gde je, radi jednostavnosti, uvedena oznaka $k_0 = c^{-1}\omega$, a sa $p = w + d$ je označen period ponavljanja jedinične ćelije. Sa θ je označen ugao koji prava koja određuje granicu između oblasti 2 i 3 zaklapa sa horizontalnom osom (slika 3). Pošto je ovaj ugao mali, može se aproksimirati da je visina ćelije $h \approx \theta z$. Kombinovanjem relacija (4) i (12), dobija se:

$$k_z(\omega) = k_0(\omega) \sqrt{1 + \frac{w^2}{p^2} \operatorname{tg}^2(k_0(\omega) \theta z)}. \quad (14)$$

Grupna brzina kojom se talas prostire kroz strukturu se može odrediti kao:

$$V_g = c \left(\frac{dk_z}{dk_0} \right)^{-1} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{w^2}{p^2} \operatorname{tg}^2 \zeta + \zeta \frac{w^2}{p^3} \operatorname{tg} \zeta} \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \zeta}{\sqrt{p^2 + w^2 \operatorname{tg}^2 \zeta}}}, \quad (15)$$

gde je uvedena oznaka $\zeta = k_0 \theta z$.

Treba primetiti da $V_g \rightarrow 0$ kada:

$$\operatorname{tg}^2 \zeta = \operatorname{tg}^2(k_0 \theta z) \rightarrow 0,$$

odnosno $k_0 \theta z \rightarrow \pi/2$. Talasni broj k_0 se može izraziti preko linijske frekvencije f kao $k_0 = 2\pi f c^{-1}$. Može se izraziti zavisnost lokacije duž strukture z na kojoj je zaustavljena (zarobljena) kompo-

nenta talasa frekvencije f . Na ovoj poziciji u metamaterijalu dolazi do lokalizacije energije talasa, pri čemu je intenzitet akustičnog pritiska znatno veći nego u okolnoj sredini:

$$z(f) = \frac{c}{4\theta f}. \quad (16)$$

Iz relacije (15) se može zaključiti da će se talasi više frekvencije lokalizovati između nižih prepreka, tj. na prednjem delu strukture, dok će se talasi nižih frekvencija lokalizovati između viših prepreka, odnosno na zadnjem delu strukture.

U radu Zhu i saradnika (2013) je izvedeno precizno analitičko rešenje, posmatranjem oscilovanja vazduha u susjednim ćelijama metamaterijala:

$$z_1(f) = \frac{c}{2\theta\pi f} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{c^2 - (2fp)^2}}{2fp \sin \frac{w\pi}{2p}} \right). \quad (17)$$

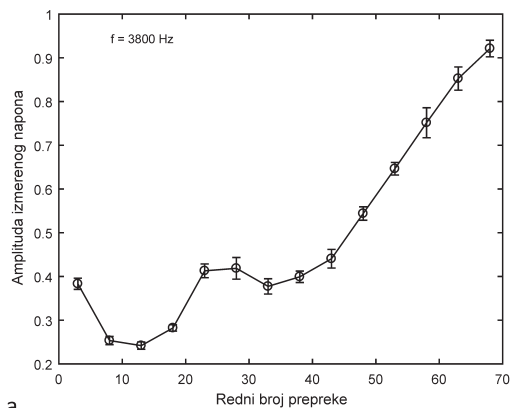
Može se zaključiti da $z_1(f) \rightarrow z(f)$ kada dimenzije ćelija postaju beskonačno male ($p \rightarrow 0$), odnosno kada se sredina (2) smatra homogenom.

Eksperimentalni rezultati

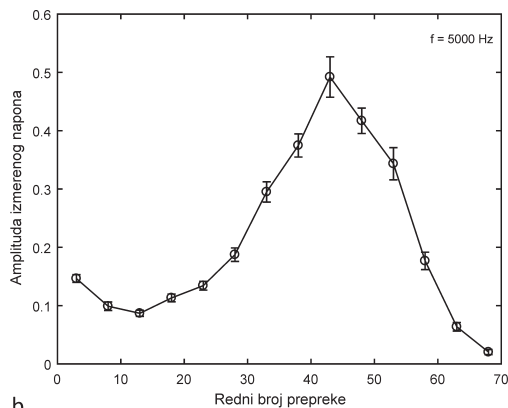
Izmeren je napon za frekvencije u opsegu od 3.8 kHz do 14.6 kHz. Za svaku frekvenciju, merenje je ponovljeno 7 puta. Merenje je vršeno tako što je na dno svake ćelije metamaterijala postavljen mikrofoni i izmerena je amplituda napona pri konstantnom zvučnom signalu u trajanju od $t = 10$ s. Za svakih 5 tačaka je određena srednja vrednost, tako da je dobijena vrednost napona za svaku od 14 grupa prepreka. Rezultati su usrednjeni da bi se jasno izveo kvalitativni zaključak. Za svaku od 14 tačaka određena je standardna devijacija merene veličine. Grafički je prikazana zavisnost prosleđenog napona od rednog broja prepreke (odnosno ćelije) metamaterijala, idući od nižih ka višim preprekama.

Za frekvencije do 9.9 kHz i niže, jasno je izražen maksimum napona na određenim lokacijama u metamaterijalu (slika 4). Ove lokacije se dobro poklapaju sa teorijski određenim lokacijama zarobljavanja, dobijenim iz relacije (16).

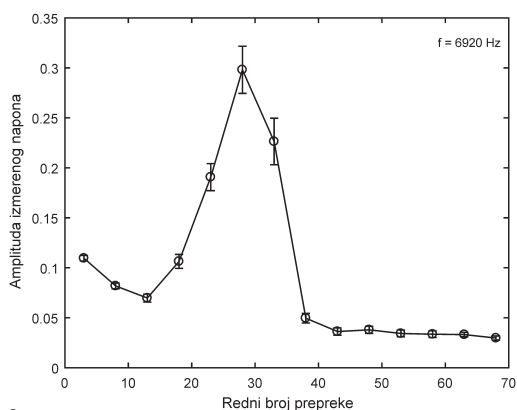
Za frekvencije 11.6 kHz i 14.6 kHz, lokalizacija nije jasno izražena i položaji na kojima se dostiže maksimum se ne podudaraju sa teorijski



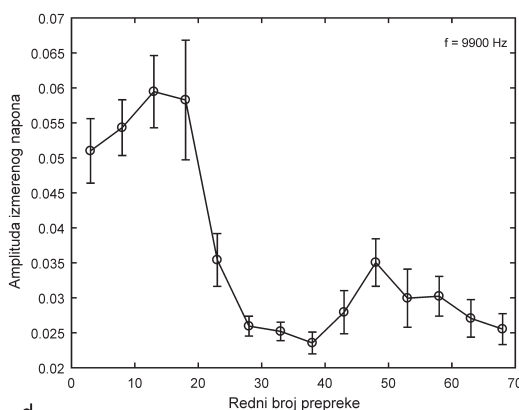
a



b



c



d

Slika 4. Zavisnost prosleđenog napona od rednog broja prepreke idući od nižih ka višim preprekama. Prikazani su grafići za frekvencije: a) $f = 3.8$ kHz, b) $f = 5$ kHz, c) $f = 6.92$ kHz i d) $f = 9.9$ kHz. Za izmerene vrednosti, prikazana je standardna devijacija napona.

Figure 4. The dependence of the forwarded voltage from the ordinal number of the unit cell. Graphs are shown for frequencies: a) $f = 3.8$ kHz, b) $f = 5$ kHz, c) $f = 6.92$ kHz and d) $f = 9.9$ kHz. For the measured values, the standard deviation of the voltage is shown.

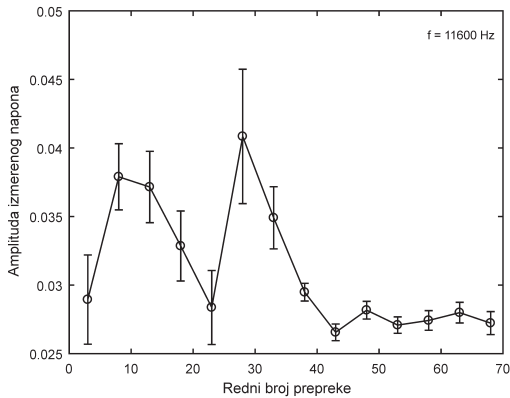
određenim lokacijama zarobljavanja (slika 5). Ovo odstupanje se može pripisati nesavršenosti strukture i ograničenim eksperimentalnim uslovima. Prema teorijskoj zavisnosti, talasi viših frekvencija treba da se lokalizuju u prednjem delu strukture, gde je visina ćelija manja. Pri ovako malim visinama ćelija, visina mikrofona kojim je meren akustični pritisak nije više zanemariva u odnosu na dimenzije ćelije, te se merenjem remeti struktura metamaterijala. Standardna devijacija prosleđenog napona (odnosno akustičnog pritiska) je veća u odnosu na rezultate pri nižim frekvencijama. Može se zaključiti da za frekven-

cije iznad 9.9 kHz nije postignut efekat zarobljavanja.

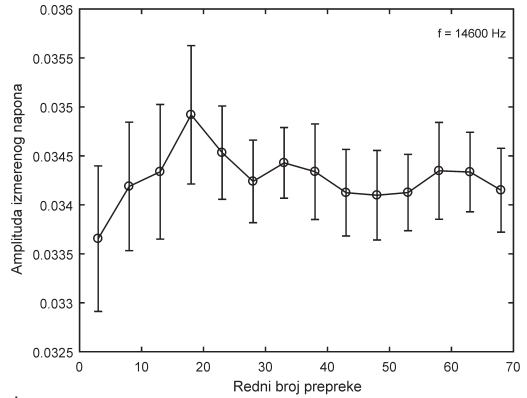
Za svaku od ispitanih frekvencija određen je redni broj ćelije u kojoj je jačina akustičnog polja maksimalna (tabela 1).

Eksperimentalne vrednosti su prikazane grafički i upoređene sa teorijski izračunatim vrednostima za iste frekvencije (slika 6). Može se zaključiti da struktura uspešno lokalizuje talase u opsegu od 3.8 kHz do 9.9 kHz.

Eksperimentalni podaci iz tabele 1 su iskorišćeni da bi se fitovala polinomijalna funkcija, koja za datu vrednost frekvencije u intervalu od



a



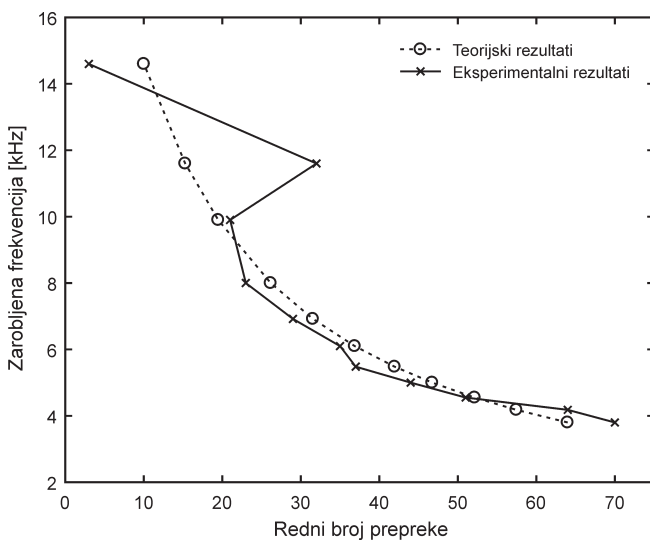
b

Slika 5. Zavisnost prosleđenog napona od rednog broja ćelije idući od nižih ka višim preprekama. Prikazani su grafici za frekvencije: a) $f = 11.6$ kHz i b) $f = 14.6$ kHz. Usled ograničenih eksperimentalnih uslova rezultati se ne poklapaju sa teorijskim izračunavanjima.

Figure 5. The dependence of the forwarded voltage from the ordinal number of the unit cell. Graphs are shown for frequencies: a) $f = 11.6$ kHz and b) $f = 14.6$ kHz (from left to right). Due to limited experimental conditions, the results do not coincide with theoretical calculations.

Tabela 1. Redni broj ćelije u kojoj se dostiže maksimalna amplituda akustičnog pritiska za odgovarajuću frekvenciju

f [kHz]	3.80	4.18	4.55	5.00	5.48	6.10	6.92	8.00	9.90	11.60	14.60
Redni br.	70	64	51	44	37	35	29	23	21	32	3



Slika 6. Zavisnost frekvencije talasa koji se lokalizovao od rednog broja ćelije. Eksperimentalni rezultati se dobro poklapaju sa teorijskim vrednostima, osim za frekvencije veće od 10 kHz.

Figure 6. The dependence of the localized wave frequency from the ordinal number of the unit cell. The full line represents the experimental results, while the dashed line represents the theoretical results. The experimental results are congruent with the corresponding theoretical values except for frequencies greater than 10 kHz.

3.8 kHz do 9.9 kHz daje redni broj ćelije u kojoj se komponenta te frekvencije lokalizuje za ovu konkretnu strukturu:

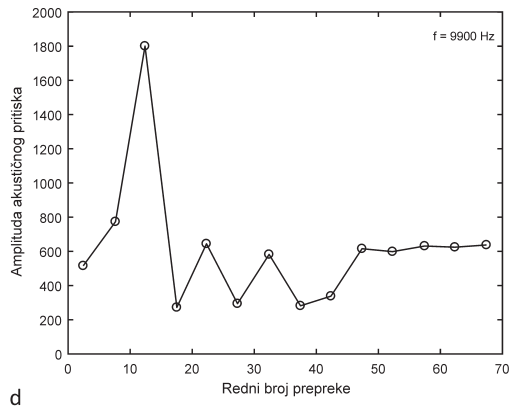
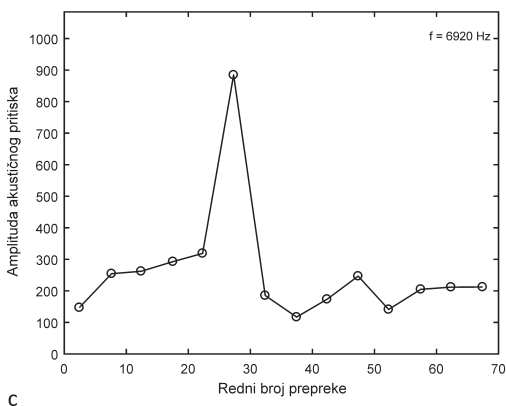
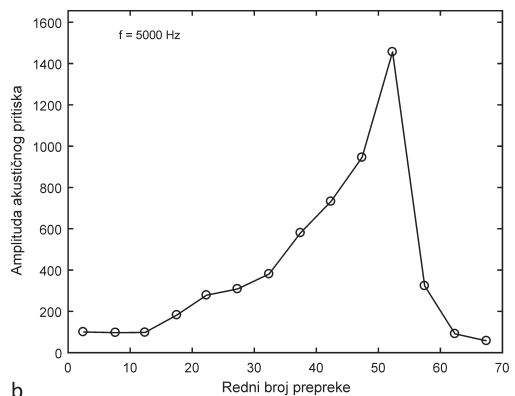
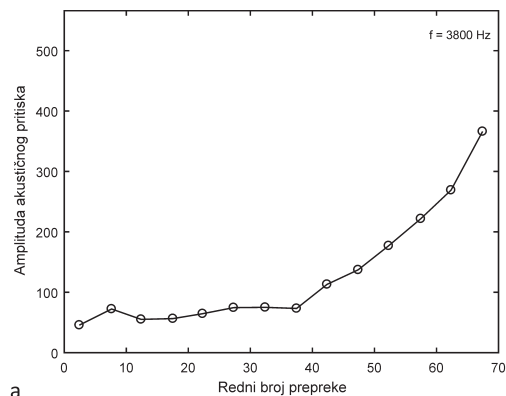
$$n(f) = 1.3819 \cdot 10^{-13} f^4 - 4.1039 \cdot 10^{-9} f^3 + 4.6001 \cdot 10^{-5} f^2 - 0.2355 f + 498.7594.$$

Numerički rezultati

Za isti opseg frekvencija urađena je numerička simulacija u softverskom okruženju COMSOL Multiphysics. Određena je zavisnost akustičnog pritiska u arbitrarnim jedinicama od rednog broja prepreke (tj. ćelije) metamaterijala, od najnižih

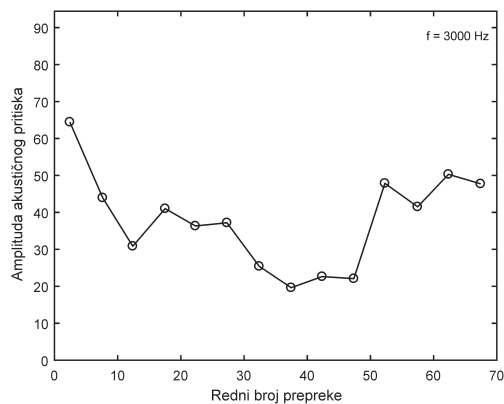
ka najvišim. Za frekvencije od 3.8 kHz do 11.6 kHz jasno je izražen maksimum akustičnog pritiska na odgovarajućim lokacijama u metamaterijalu. Radi preglednosti, za svakih 5 tačaka je određena srednja vrednost i dobijeni rezultati su prikazani grafički (slika 7).

Za frekvenciju 14.6 kHz, lokalizacija nije jasno izražena (slika 8b), iako se položaj na kojem se dostiže maksimum podudara sa teorijski određenom lokacijom zarobljavanja (slika 9). Simulacija je izvršena i za frekvenciju 3 kHz (slika 8a) da bi se proverilo da li se talasi frekvencija nižih od 3.8 kHz zarobljavaju u metamaterijalu. Može se zaključiti da ne dolazi do lokalizacije, što je u skladu sa teorijskim očekivanjima.

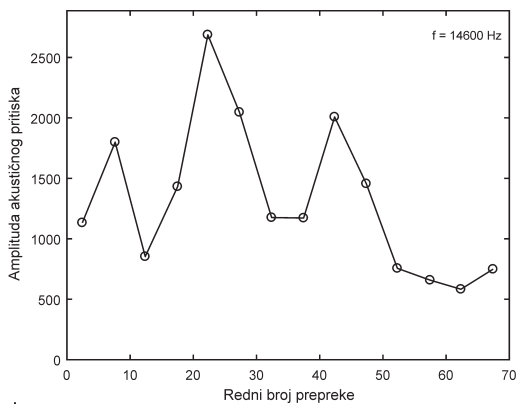


Slika 7. Rezultati numeričke simulacije. Zavisnost amplitude akustičnog pritiska od rednog broja prepreke idući od nižih ka višim preprekama. Prikazani su grafici za frekvencije: a) $f = 3.8$ kHz, b) $f = 5$ kHz, c) $f = 6.92$ kHz i d) $f = 9.9$ kHz.

Figure 7. Results of the numerical simulation. The dependence of the amplitude of acoustic pressure from the ordinal number of the unit cell, going from the lower to the higher grooves. Graphs are displayed for frequencies: a) $f = 3.8$ kHz, b) $f = 5$ kHz, c) $f = 6.92$ kHz and d) $f = 9.9$ kHz.



a



b

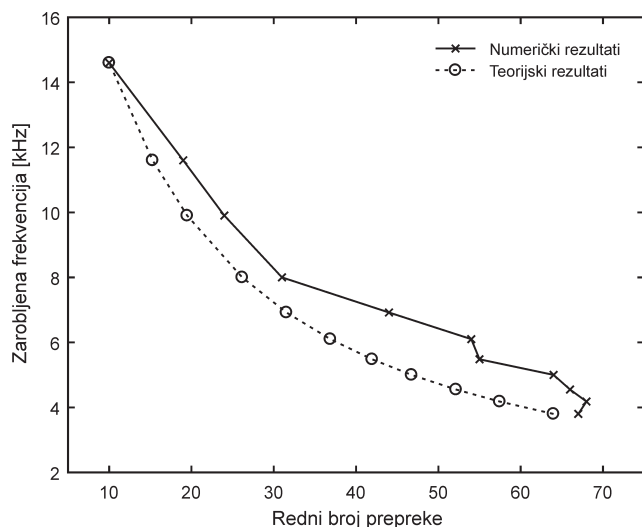
Slika 8. Rezultati numeričke simulacije. Zavisnost amplitude akustičnog pritiska od rednog broja ćelije. Prikazani su grafici za frekvencije: a) $f = 3 \text{ kHz}$ i b) $f = 14.6 \text{ kHz}$. Za frekvenciju $f = 3 \text{ kHz}$ ne dolazi do lokalizacije unutar strukture, dok za frekvenciju $f = 14.6 \text{ kHz}$ ne dolazi do jasne lokalizacije zbog ograničenog kvaliteta simulacije.

Figure 8. Results of the numerical simulation. The dependence of the amplitude of the acoustic pressure from the ordinal number of the unit cell. Graphs are shown for frequencies: a) $f = 3 \text{ kHz}$ and b) $f = 14.6 \text{ kHz}$. For the frequency $f = 3 \text{ kHz}$ no localization is observed within the structure, while for the frequency $f = 14.6 \text{ kHz}$ there is no clear localization due to the limited quality of the simulation.

Za svaku frekvenciju određen je redni broj ćelije u kojoj je akustični pritisak maksimalan. Upoređeni su rezultati numeričke simulacije i teorijske vrednosti dobijene iz relacije (16) (slika 9). Numerički rezultati se poklapaju sa teorijski određenim vrednostima, pritom se manja odstupanja mogu pripisati nedovoljnom kvalitetu simulacije, tj. gruboj podeli domena na konačne elemente zbog ograničene memorije računara.

Rezultati optimizacije

Metamaterijal je optimizovan Monte-Carlo metodom u cilju bolje lokalizacije energije talasa izabrane frekvencije. Optimizacija je izvršena za frekvenciju $f = 6.92 \text{ kHz}$ sa nivoom poverenja $f_f = 99\%$. Parametri Monte-Carlo optimizacije su razmak ispred i -te prepreke w_i i debljina i -te prepreke d_i ($i \in \{1, 2, \dots, 70\}$) (slika 10). Ovih



Slika 9. Zavisnost frekvencije talasa koji se lokalizovao od rednog broja ćelije. Lokacije maksimuma se poklapaju, iako lokalizacija za frekvenciju $f = 14.6 \text{ kHz}$ nije jasno izražena.

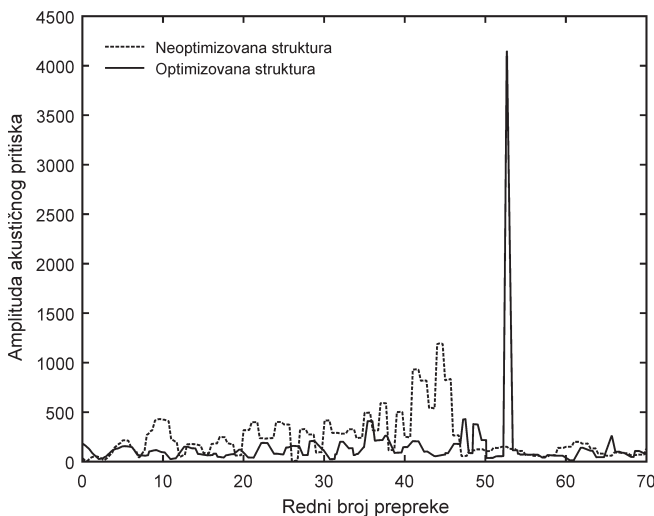
Figure 9. The dependence of the wave frequency localized from the ordinal number of the unit cell. The full line represents the numerical results, while the dashed line represents the theoretical results. The trapping locations are congruent, although localization for the frequency $f = 14.6 \text{ kHz}$ is not clearly observed.

parametara ima ukupno 140. Parametri strukture su varirani u intervalu od 0.2 mm do 8.2 mm. Da bi takva struktura mogla eksperimentalno da se realizuje, nasumično izabrane vrednosti su zaokružene do na desetinu milimetra.

Funkcija koja je optimizovana predstavlja maksimum akustičnog pritiska na mestu lokalizacije. Ako se sa p_i označi pritisak u i -toj ćeliji strukture ($i \in \{1, 2, \dots, 70\}$), funkcija koja se optimizuje je $\max(p_1, p_2, \dots, p_{70})$. Može se zaključiti da je ova funkcija definisana u svim tačkama svog domena, međutim nije neprekidna i diferencijabilna. Stoga se ovaj problem ne može rešiti standardnim algoritmima za optimizaciju, već samo probabilistički.

Upoređene su raspodele amplituda akustičnog pritiska u arbitrarnim jedinicama za neoptimizovanu i optimizovanu strukturu (slika 11). Može se zaključiti da se u optimizovanoj strukturi postiže mnogo intenzivnija lokalizacija zvuka frekvencije 6.92 kHz, ali se mesto na kojem se talas lokalizovao razlikuje od mesta lokalizacije u neoptimizovanoj strukturi.

Prikazane su neoptimizovana i optimizovana struktura (slika 12). Pozicije u metamaterijalima na kojima se lokalizovao zvuk su različite, pošto za optimizovanu strukturu ne važi relacija (16). Treba naglasiti da u ovoj optimizaciji nije posmatrana lokalizacija zvuka frekvencija različitih od $f = 6.92$ kHz. Isti postupak se može primeniti za različite frekvencije. Nametanjem odgovarajućih uslova može se konstruisati metamaterijal koji lokalizuje ili reflektuje talase određenih frekvencija, i dobiti različiti akustični filteri.



Slika 11. Zavisnost amplitude akustičnog pritiska od rednog broja ćelije.

Figure 11. The dependence of the amplitude of the acoustic pressure from the ordinal number of the unit cell. The dashed line represents the distribution for the non-optimized structure, while the full line represents the distribution for the optimized structure.



Slika 10. Parametri optimizacije su debljina svake pojedinačne prepreke i rastojanje između susednih prepreka (ukupno 140 parametara). Parametri su varirani u intervalu od 0.2 mm do 8.2 mm.

Figure 10. The optimization parameters are the thickness of each individual groove and the spacing between adjacent grooves (a total of 140 parameters). The parameters were varied from 0.2 mm to 8.2 mm.

Diskusija i zaključak

U ovom radu merena je raspodela intenziteta zvuka u metamaterijalu i ispitana je lokalizacija talasa određenih frekvencija u različitim delovima metamaterijala. Struktura je eksperimentalno realizovana. Izmeren je akustični pritisak za 11 različitih frekvencija u opsegu od 3.8 kHz do 14.6 kHz. Za frekvencije do 9.9 kHz, akustični pritisak je maksimalan na lokacijama predviđenim teorijskom zavisnošću, dok je za više frekvencije, usled nesavršenosti pri izradi stru-



Slika 12. Neoptimizovana struktura (A) i optimizovana struktura (B). Čelije neoptimizovane strukture imaju pravilan geometrijski raspored. Pozicije u metamaterijalima na kojima se lokalizovao zvuk su različite.

Figure 12. Non-Optimized Structure (A) and Optimized Structure (B). The unit cells of the non-optimized structure have a proper geometric arrangement. Sound waves are localized at different locations within the metamaterial structures.

kture i nedostataka same aparature, maksimum akustičnog pritiska slabije izražen. Pri eksperimentalnoj realizaciji projekta, dimenzije mikrofona kojim je izmeren akustični pritisak nisu zanemarive u odnosu na visine nižih prepreka, što remeti merenja za više frekvencije zvuka.

Ako se struktura postavi tako da su na prednjem kraju prepreke manje visine, ustanovljeno je da se komponente viših frekvencija lokalizuju na prednjem delu strukture, dok se komponente nižih frekvencija lokalizuju na zadnjem delu strukture, pri čemu je intenzitet svake komponente određen akustičnim pritiskom na odgovarajućem mestu lokalizacije. Položaji na kojima se dostižu maksimumi akustičnog pritiska su opisani relacijom (16). Takođe, urađena je numerička simulacija u softverskom okruženju COMSOL Multiphysics. Numerički dobijeni rezultati su saglasni sa eksperimentalnim rezultatima. Za frekvenciju $f = 6.92$ kHz izvršena je optimizacija datog modela Monte-Carlo metodom i postignuta je intenzivnija lokalizacija zvuka na lokaciji koja se razlikuje od mesta lokalizacije talasa u neoptimizovanoj strukturi.

Može se zaključiti da je fenomen reprodukovano u skladu sa eksperimentalnim uslovima i da se eksperimentalni, numerički i teorijski rezultati poklapaju u opsegu od 3.8 kHz do 9.9 kHz.

Ipak, ispitani model ima svoje nedostatke. Lokalizacija zvuka u ovom metamaterijalu je izražena samo ukoliko je izvor zvuka u ravni metamaterijala i ako je sama struktura orijentisana tako da su niže prepreke bliže izvoru. Kao predmet daljeg istraživanja, može se konstruisati

nova struktura kojom bi se postigla lokalizacija bez obzira na položaj izvora. Takođe, predlog za dalje istraživanje može biti detaljnija optimizacija strukture, tj. utvrđivanje da li postoji veza između pozicija lokalizacije neoptimizovane i optimizovane strukture.

Zahvalnost. Zahvaljujem se svom mentoru Petru Bojoviću na pruženoj podršci, korisnim savetima i pomoći u toku realizacije ovog rada. Takođe, zahvaljujem se rukovodiocu seminara fizike Vladanu Pavloviću i saradnicima na seminaru fizike u IS Petnica, koji su pomogli u eksperimentalnoj realizaciji projekta.

Literatura

- Billingham J., King A. C. 2000. *Wave motion*. Cambridge University Press
- Čeljuska N. 2015. Nove strukture metamaterijala za nekonvencionalno prostiranje akustičkih talasa. Doktorska disertacija. Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 6, 21101 Novi Sad
- Guenneau S. B., Movchan A., Pétursson G., Ramakrishna S. A. 2007. Acoustic metamaterials for sound focusing and confinement. *New Journal of Physics*, **9**: 399.
- Kim M., Rho J. 2015. Metamaterials and imaging. *Nano Convergence*, **2**: 22.
- Pendry J. B. 2000. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*, **85**: 3966.
- Zhu J., Chen Y., Garcia-Vidal F. J., Yin X., Zhang W., Zhang X., Zhu X. 2013. Acoustic rainbow trapping. *Scientific Reports*, **3**: 1728.

Trivko Kukulj

Sound Wave Localization in Acoustic Metamaterials

Metamaterials are artificially designed structures that have properties which generally cannot be found in bulk materials. They consist of multiple unit cells the dimensions of which are proportional to the wavelength of the waves they

influence. These structures are most commonly designed to induce strong dispersion, absorption or enhancement of the waves passing through the metamaterial medium, allowing precise modulation and control of mechanical and electromagnetic waves.

An acoustic metamaterial with strong dispersive behavior is used to spatially separate a sound wave into different frequency components. Each frequency component is localized at a specific position in the metamaterial, creating an acoustic pressure field. This effect is known as Acoustic Rainbow Trapping.

A 2D symmetric model is examined and the acoustic pressure response is measured for frequencies ranging from 3.8 kHz to 14.6 kHz. A numerical simulation is carried out using the COMSOL Multiphysics FEM software. Both the experimental and numerical results are in agreement with the derived analytical model for frequencies lower than 10 kHz. For frequencies higher than 10 kHz the experimental results do not coincide with the theoretical calculations, due to limited experimental conditions. 