

Ispitivanje uticaja gustine plazme na efikasnost ubrzanja elektrona pulsnim laserom

Ovaj rad se bavi uticajem gustine plazme na ubrzanje elektrona u vekfild šemi. Testirana je hipoteza da za svaki laser postoji optimalna gustina za koju će efikasnost prenosa energije lasera na čestice biti maksimalna. Korišćena je dvo-dimenzionalna relativistička PIC simulacija, koja je napisana u okviru ovog projekta. Hipoteza je potvrđena u slučaju 2D simulacije čime je utvrđeno da 2D simulacije mogu biti korišćene u kvalitativnim analizama ovakvih sistema. Predložena je ideja za dalje ispitivanje uticaja profila gustine plazme na ubrzane elektrone.

Uvod

Plazma je jedno od osnovnih stanja materije koje se javlja u prirodi. Zbog njenih posebnih osobina, primena plazme je veoma rasprostranjena u razvoju savremenih tehnologija. Jedna od glavnih karakteristika plazme je kvazi-neutralnost: sastoji se od pozitivno i negativno naelektrisanih čestica, ali takav sistem je elektro-neutralan jer je broj prisutnih čestica suprotnog naelektrisanja približno isti. U plazmi se javljaju takozvani kolektivni efekti, tj. uticaj jedne čestice nije ograničen samo na susede sa kojima ima neposredan kontakt, već se prostire na veći deo okolne zapremine. Deo prostora oko čestice na koji ona utiče zove se Debajeva sfera, i njene dimenzije zavise od gustine plazme.

Zbog svojih posebnih karakteristika, plazma je odličan medijum za prostiranje raznih vrsta ta-

lasa. Takođe, u plazmi često iz male pertubacije mogu da narastu nestabilnosti, gde se iz potpuno neorganizovanog sistema čestica stvore periodične strukture koje generišu jako električno ili magnetno polje.

Razmatraćemo plazmu koja se sastoji od „teških” jona i „lakih” elektrona. Elektroni brže reaguju na promene u sistemu, dok su joni inertniji jer imaju veću masu. To dovodi do činjenice da u takvoj plazmi postoje dve vremenske skale: jedna je brza, određena prilagođavanjem elektrona na spoljašnju stimulaciju, a druga je spora, određena tipičnim vremenom rasklona jona. Ove dve skale se često razlikuju za nekoliko redova veličine.

Plazma ima tipičnu frekvenciju koja zavisi od

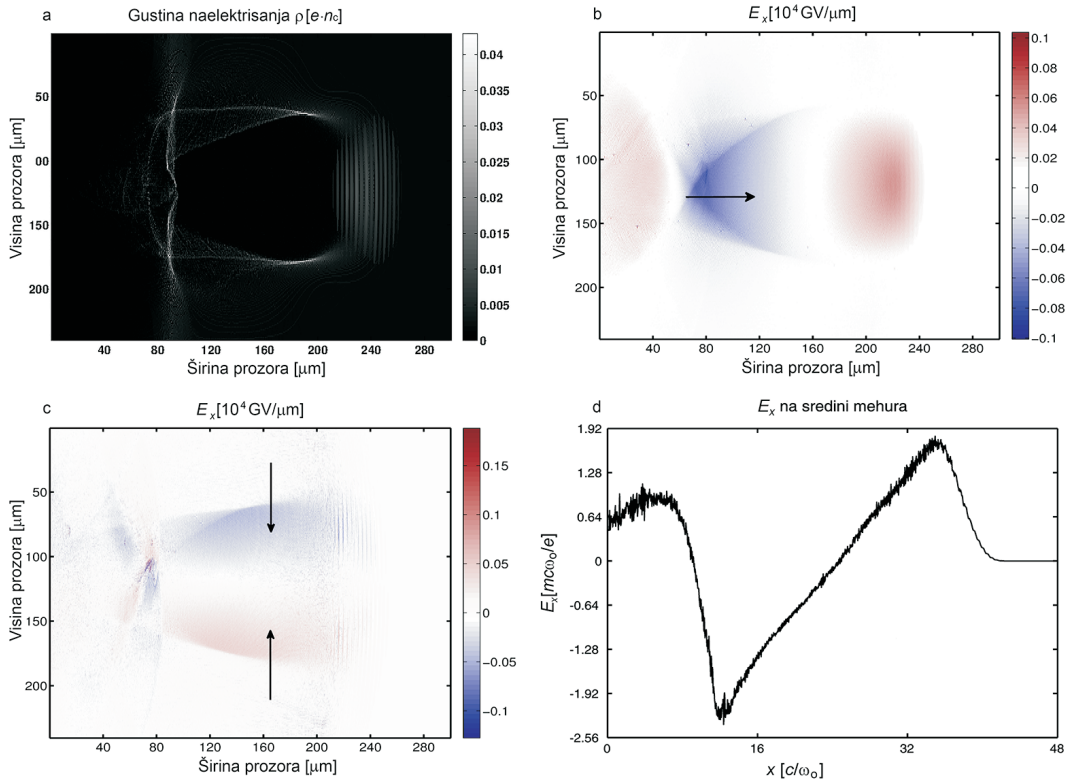
njene gustine $\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{m \epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}}$ (e – naelektrisanje

elektrona, m – masa elektrona, n_e – koncentracija elektrona, ϵ_0 – dielektrična konstanta). Ta frekvencija predstavlja maksimalnu frekvenciju talasa koji može da se prostire kroz tu plazmu. Ako je frekvencija talasa veća, plazma se ponaša kao „zid”, više nije providna za taj talas. Pertubacija sistema može takođe da izazove stvaranje novih talasa u plazmi, čija je frekvencija ω_p .

Predmet ovog istraživanja je baš jedan takav talas. Da bi se stvorio talas u plazmi, na plazmu se ispaljuje kratak laserski puls visokog inteziteta. Takav laser ima trajanje od nekoliko desetina femto-sekundi, može se zamisliti kao talasni paket ili „usmerenu lopticu svetlosti”. Kada elektroni interaguju sa laserskim pulsom, usled nehomogenosti i oscilujuće prirode elektromagnetnog polja, javlja se nelinearna ponderomotivna sila koja elektronima daje ubrzanje upravcu slabijeg polja. Joni koji se nalaze u plazmi su dovoljno masivni da ne interaguju sa

Aleksandar Bukva (1994), Kikinda, Dušana Vasiljeva 12c, učenik 4. razreda Gimnazije „Jovan Jovanović Zmaj” u Novom Sadu

MENTOR: Marija Vranić, PhD student, Instituto Superior Tecnico, Lisboa, Portugal



Slika 1. a) gustina naelektrisanja elektrona, b) x komponenta električnog polja, c) y komponenta električnog polja d) presek horizontalne komponente električnog polja na sredini mehura

Figure 1. a) electron density, b) x component of the electric field, c) y component of the electric field, d) crosssection of the horizontal component of the electric field at the middle of the bubble

laserskim pulsom, te se njihovo kretanje zanemaruje. Posledica ponderomotivne sile u slučaju prodiranja lasera kroz plazmu je stvaranje delova prostora koji u sebi ne sadrži elektrone već samo nepomične jone. U linearnom režimu, stvorice se periodična struktura koja putuje iza lasera brzinom bliskom brzini svetlosti. U nelinearnom režimu, može se postići da prvi prostor ispunjen pozitivnim naelektrisanjem, odmah iza lasera, izgleda kao mehur (slika 1a). Postojanje tog mehura možemo iskoristiti za ubrzavanje elektrona *vejkfild* metodom – gde elektroni „jašu” talas u plazmi i slično kao surferi dobijaju ubrzanje od tog talasa (Tajima i Dawson 1979).

U formiranom mehuru elektroni su poredeni i pozitivno naelektrisani joni su u većini. To proizvodi specifičnu strukturu polja (slika 1). Sa

slike 1d može se videti longitudinalno električno polje na osi mehura. Na slici 1a prikazana je gustina elektrona i električno polje lasera. Elektroni unutar mehura osećaju jaku privlačnu Kulonovu silu ka centru mehura. Zbog nje ne mogu da napuste mehur i nastavljaju da se kreću zajedno sa njim. Na slici 1c se vidi da transversalno električno polje privlači elektrone ka centralnoj osi mehura. Na slici 1d se vidi gradijent električnog polja koji ubrzava čestice ka centru mehura. Ovakav režim ubrzavanja se naziva „Bubble (blowout) regime” i eksperimentalno je potvrđen (Mangles *et al.* 2004; Faure *et al.* 2004). Prednost ovakvog načina ubrzavanja elektrona je u tome što postignuti gradijenti ubrzanja su za nekoliko redova veličine veći nego gradijenti konvencionalnih akceleratora i mogu se dobiti

elektroni sa energijama reda giga-elektronvolti u svega nekoliko milimetara plazme. U radu Lu i saradnika (2005) su predloženi optimalni parametri za vejkfield akceleraciju u 1D i 3D geometrijama. Njihovi zaključci zavise od broja dimenzija. Mi smo uporedili da li je optimalna konfiguracija u 2D sličnija 1D ili 3D rezultatu. Kako su 2D simulacije mnogo manje zahtevne od 3D, ako su rezultati slični, to otvara veće mogućnosti za numerička ispitivanja vejkfield akceleracije.

Plazma akceleratori svoju primenu pored fizike visokih čestica mogu naći i u medicini, hemiji, biologiji i fizici materijala. U medicini se akceleratori koriste za stvaranje X zraka u radioterapijama. Nedavna istraživanja su pokazala da elektroni ubrzani u ovakvim akceleratorima zbog samih karakteristika snopa manje oštećuju okolno zdravo tkivo i efikasnije dostavljaju predviđenu dozu zračenja obolelom tkivu (Fuchs *et al.* 2009).

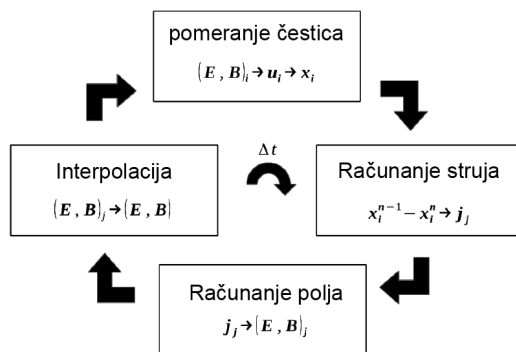
Metod

Za ispitivanje plazma akceleratora napisana je 2D PIC (particle in cell) simulacija u programskom jeziku C i paralelizovana korišćenjem MPI biblioteke. PIC je efikasan algoritam za simuliranje problema više čestica bez potrebe za računanjem pojedinačne međusobne interakcije između svih čestica. Polja i struje su diskretizovani u čvorovima rešetke, a rezultovane polje koje deluje na česticu se interpolira iz obližnjih čvorova. Ovim postupkom se smanjuje kompleksnost simulacije i vreme izvršavanja. PIC algoritam se sastoji iz četiri koraka koji se ciklično ponavljaju (slika 2).

U prvom koraku se na osnovu sila koju čestica oseća vrši njen pomeraj. Zbog toga što čestice u ovakvim simulacijama dostižu brzine bliske brzini svetlosti potrebno je uvrstiti relativističke efekte, iz tog razloga je kao integrator korišćen relativistički Boris pušer (Birdsall i Langdon 1985).

U drugom koraku se vrši raspodela struje na čvorove rešetke koja je generisana kretanjem čestica. U radu je korišćen Esirkeпов метод (Esirkepov 1999).

U trećem koraku se na osnovu struje koju su generisale čestice vrši izračunavanje novih vred-



Slika 2. PIC algoritam

Figure 2. PIC algorithm

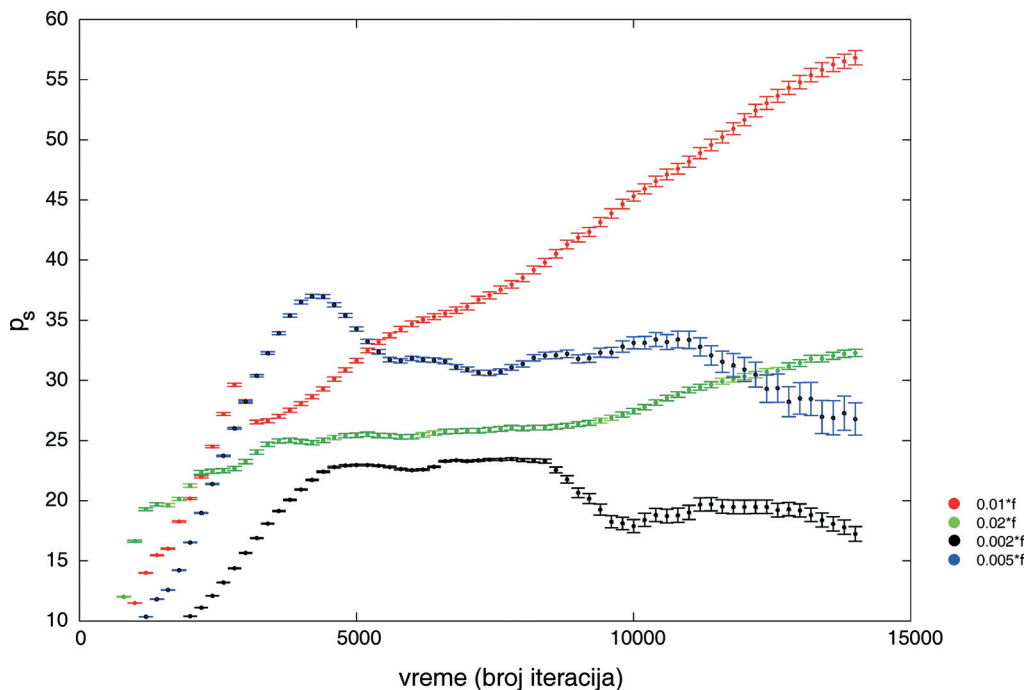
nosti za magnetno i električno polje koristeći Maksvelove jednačine.

U četvrtom koraku se interpolira vrednost polja koje deluje na česticu i računa rezultujuća sila kako bi se ponovo u koraku jedan čestica pomerila i ceo proces počeo ispočetka.

Zbog velikog broj realnih čestica koje se javljaju u eksperimentima veoma je računski zahtevno (tj. za većinu problema nemoguće) postaviti isti broj čestica i u simulaciji. Zato je korišćen princip makro čestica gde je svaka čestica u simulaciji predstavljala skup nekoliko hiljada pravih čestica. Ovim postupkom se ne narušavaju konačni rezultati ukoliko u simulaciji postoji dovoljno čestica koje predstavljaju validan statistički uzorak, ali se zato dobija na uštedi vremena. Još jedna korišćena aproksimacija je pretpostavka da je fizika u 2D simulaciji ista kao i fizika u 3D simulaciji. Mana ovog pristupa je u tome što nije u stanju da predvidi tačne vrednosti konačnih parametara sistema, ali zato može poslužiti kao odličan kvalitativni alat i pritom je manje računski zahtevan od 3D simulacije. Detaljniji opis procesa simulacije se nalazi u dodatku 2.

Rezultati

Kako bi proverili da li postoji optimalna gustina, simulacija je puštena za isti laser sa različitim gustinama plazme. Zbog numeričkog



Slika 3. Srednji impuls u zavisnosti od vremena

Figure 3. Averaged momentum over time

računanja i načina prikazivanja podataka u računaru sve jedinice su prevedene u Gausov sistem i normalizovane na frekvenciju lasera na sledeći način:

$$t' = \omega_p t$$

$$p' = \frac{\gamma v}{c} p$$

$$B' = \frac{e}{\omega_p mc} B$$

$$x' = \frac{\omega_p}{c} x$$

$$E' = \frac{e}{\omega_p mc} E$$

U formulama za normalizaciju primovane vrednosti su vrednosti u simulaciji, a vrednosti bez prima su vrednosti u Gausovom sistemu jedinica. Detaljni parametri simulacije se nalaze u Dodatku 1. Smatrali smo da je neka čestica ubrzana ako je $p_x > 10$ u normalizovanim jedinicama.

Tabela 1. Količina ubrzanog naelektrisanja

$0.01 \cdot f$	$0.02 \cdot f$	$0.002 \cdot f$	$0.005 \cdot f$
15.3757	26.526275	0.082595	0.1016437

Sa slike 3 se vidi da se za određenu gustinu plazme postiže najveća efikasnost prenosa energije lasera na ubrzanje čestica.

Diskusija

U radu je potvrđena pretpostavka da za određeni set parametara postoji određena gustina plazme za koji će efikasnost prenosa energije lasera na čestice biti najveća. Iz tabele broja ubrzanih čestica (tabela 1) se vidi da broj ubrzanih elektrona nije najveći za optimalnu gustinu, već za gustinu dva puta veću što je u skladu sa očekivanjima jer je plazma bila dva puta gušća i time

sadržala više elektrona. Optimalna gustina za određeni set parametra je ista u 2D i 3D geometriji, te 2D simulacije mogu biti korišćene u kvantitativnoj analizi umesto 3D simulacija zbog kraćeg vremena izvršavanja.

U radu je ispitana koja je optimalna gustina plazme za vejkfield akcelerator koji se sastoji od lasera sa fiksnim parametrima i plazme koja je uglavnom konstantne gustine. Korišćenje različitih profila plazme može da utiče na broj elektrona koji bivaju zarobljeni u mehuru, tako da na istoj prosečnoj gustini možemo očekivati drugačije rezultate. Profil plazme takođe utiče i na stabilnost prostiranja lasera. Nastavak ovog istraživanja će se fokusirati na uticaj lokalnih promena gustina plazme na količinu ubrzanog naelektrisanja i na konačnu energiju čestica.

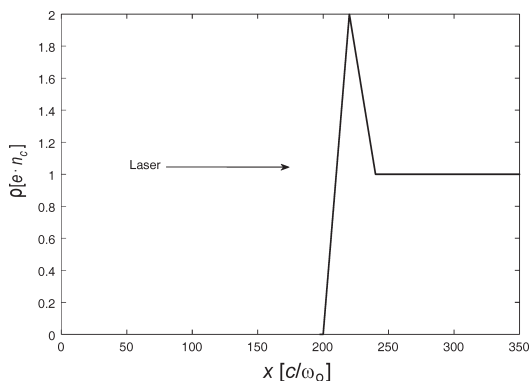
Dodatak 1

Profil gustine plazme je bio:

- za vrednosti $200 < x < 220$ gustina je linearno rasla od 0 do 2
- za vrednosti $220 < x < 240$ gustina je linearno opadala od 2 do 1
- za vrednosti $x > 240$ gustina je bila konstantna i jednaka 1

Da bi se lakše ispitivale različite gustine uvedeni su množioc gustine. Četiri različita množioc su korišćena: 0.01, 0.02, 0.002, 0.005.

Što znači da bi gustina u prvom slučaju rasla linearno od 0 do 0.02 pa linearno opadala do 0.01 i posle bila konstantna. Za treći slučaj kada je



Slika 4. Profil gustine plazme

Figure 4. Plasma density profile

množioc gustine bio 0.002 mehur koji se dobijao nije stao u simulirani prostor te je prostor morao biti proširen i profil gustine se morao translirati u desno:

- za vrednosti $300 < x < 320$ gustina je linearno rasla od 0 do 2
- za vrednosti $320 < x < 340$ gustina je linearno opadala od 2 do 1
- za vrednosti $x > 340$ gustina je bila konstantna i jednaka 1

Parametri za grupu I i II dati su u tabeli 2.

Tabela 2. Parametri za grupu I i II (u zagradi se nalaze vrednosti koje se razlikuju za II grupu)

	Normalizovani	Gausov sistem jedinica
Prostor	200×240 (300×340)	$[3.19 \times 3.83](4.78 \times 3.83) \times 10^{-5}$ cm
Mreža	1000×240 (1500×240)	1000×240 (1500×240)
Ukupno vreme	2700	143×10^{-12}
Vremenski korak	0.1921194	102×10^{-16}
Broj čestica po ćeliji	4	4
Intenzitet lasera	4	2×10^{18} W/cm ²
Frekvencija lasera	1	188×10^{15}
Dužina lasera	40	$0.64 \cdot 10^{-5}$ cm
Širina lasera	40	$0.64 \cdot 10^{-5}$ cm

Dodatak 2

PIC algoritam se sastoji iz četiri koraka koji se ciklično ponavljaju, ovde će biti detaljan opis svakog od četiri koraka:

1. računanje sile i pomeranje čestice
2. računanje struja prouzrokovanih kretanjem čestica
3. rešavanje Maksvelovih jednačina na osnovu generisanih struja
4. interpolacija polja na lokaciju čestice

Računanje sile i pomeranje čestice

Integracija jednačina kretanja se vrši Leapfrog metodom kako bi se povećala preciznost. Kod ovog načina integracije vreme i brzine nisu centrirane u istom trenutku, ako je vreme centrirano u trenutku t^n onda je brzina definisana u trenutku $t^{n+\frac{1}{2}}$, čime se postiže preciznost drugog reda (Birdsall i Langdon 1985).

Boris integrator. Umesto običnih brzina ovde ćemo koristiti relativističke brzine definisane kao $\vec{u} = \gamma \vec{v}$ gde je \vec{u} relativistička a \vec{v} nerelativistička brzina. Lorencova sila u relativističkom obliku glasi:

$$\frac{\vec{p}}{t} = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right)$$

što na osnovu definisane relativističke brzine možemo zapisati u diskretnom obliku kao:

$$\frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{u}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\vec{E}^n + \frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{u}^{n-\frac{1}{2}}}{2c\phi\gamma^n} \times \vec{B}^n \right)$$

gde je m masa, q naelektrisanje i $\gamma^2 = 1 + \frac{u^2}{c^2}$

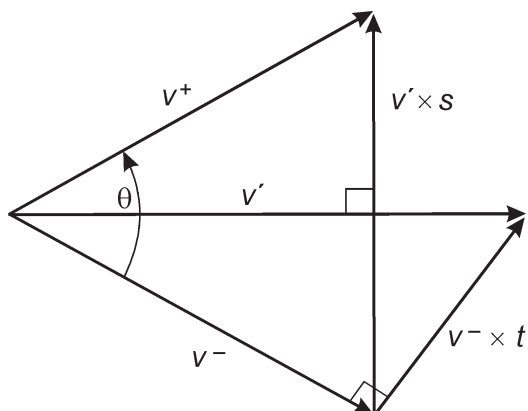
Ako brzine definišemo kao:

$$\vec{u}^{n-\frac{1}{2}} = \vec{u}^- - \frac{q\vec{E}n\Delta t}{2m} \quad (1)$$

$$\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} = \vec{u}^+ + \frac{q\vec{E}n\Delta t}{2m} \quad (2)$$

Dobijamo izraz za Lorencovu silu:

$$\frac{\vec{u}^+ - \vec{u}^-}{\Delta t} = \frac{q}{2\gamma^n mc} \cdot (\vec{u}^+ + \vec{u}^-) \times \vec{B}^n$$



Slika 5. Rotacija vektora brzine

Figure 5. Rotation of a velocity

čime smo u potpunosti odvojili električno i magnetno polje; $\gamma^n = \sqrt{1 + \left(\frac{\vec{u}}{c}\right)^2}$. Ovako definisan izraz za Lorencovu silu predstavlja rotaciju vektora \vec{u} što se može videti sa slike 5.

Prvo uvećamo vektor \vec{u}^- do vektora \vec{u}' koji je normalan na $\vec{u}^+ - \vec{u}^-$ i \vec{B} :

$$\vec{u}' = \vec{u}^- + \vec{u}^- \times \vec{l} \quad (3)$$

Ugao između \vec{u}^- i \vec{u}' je $\frac{\theta}{2}$, što se može videti sa slike. Odavde sledi da je $\vec{l} = \frac{q\vec{B}\Delta t}{2\gamma mc}$. Kako je $\vec{u}^+ - \vec{u}^-$ paralelan $\vec{u}' \times \vec{B}$ imamo da je:

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^- + \vec{u}' \times \vec{s} \quad (4)$$

gde je vektor \vec{s} paralelan \vec{B} i njegova magnituda mora zadovoljavati uslov $|\vec{u}^-|^2 = |\vec{u}^+|^2$:

$$\vec{s} = \frac{2\vec{l}}{1+l^2}$$

Sada smo izračunali novu vrednost impulsa i možemo pomeriti česticu koristeći:

$$\vec{x}^{n+1} = \vec{x}^n + \frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}}}{\gamma^{n+\frac{1}{2}}} \Delta t \quad (5)$$

gde je

$$\gamma^{n+\frac{1}{2}} = 1 + \left(\frac{\vec{u}}{c}\right)^2$$

Konačni algoritam glasi:

1. Izračunati koristeći (1)
2. Izračunati
3. Izračunati i
4. Odraditi pola rotacije koristeći (3)
5. Odraditi još pola rotacije koristeći (4)
6. Izračunati koristeći (2)
7. Izračunati
8. Pomeriti česticu koristeći (5)

Računanje struja

U simulaciji čestice nemaju tačkast oblik već su oblika ćelije (kvadratnog oblika) čime se izbegava divergencija električnog polja tačkastih naelektrisanja kada se ona nađu na malim udaljenostima. U plazmama koje su analizirane srednji slobodni put elektrona je dosta velik i verovatnoća sudara sa drugim elektronima je mala te se sudari bliskih elektrona zanemaruju.

Esirkepov metod (Esirkepov 1999). Metod se sastoji u razlaganju putanje čestice na manje celine unutar svake ćelije. Struja generisana kretanjem čestica proporcionalna je brzini čestice i njenoj gustini naelektrisanja. Kako je brzina svetlosti najveća brzina u prirodi tako ni čestice u simulaciji se ne mogu kretati brže od nje. Ovim uslovom se ograničavamo da čestica u jednom vremenskom trenutku može proći kroz najviše tri ćelije. Cilj je razdvojiti putanju čestice i izračunati doprinos struje za svaku ćeliju posebno. Kako je u simulaciji korišćena linearna interpolacija doprinos struje je veoma jednostavno izračunati.

U prvom koraku je potrebno izračunati kroz koliko ćelija se čestica kretala i koje su to ćelije. Kada se odredi kroz koje ćelije je čestica prošla potrebno je izračunati početnu i krajnju koordinatu te čestice u ćeliji. Početna i krajnja koordinata se računaju u odnosu na centar ćelije jer će na taj način biti olakšano kasnije računanje doprinosa struje svakom čvoru. Doprinos struje svakom čvoru će biti deo površine čestice koji se nalazi u njegovom kvadratnu u odnosu na centar ćelije. Kada se cela putanja podeli na delove izra-

čuna se svaki doprinos pojedinačno i deponuje na odgovarajuće čvorove.

Rešavanje Maksvelovih jednačina

Maksvelove jednačine su rešavane korišćenjem FDTD (finite-difference time-domain method). Vremenski zavisne Maksvelove jednačine su diskretizovane i rešavane leapfrog metodom koji je opisan u odeljku za pomeranje čestica. Diskretizovane Maksvelove jednačine:

$$\frac{\vec{E}^{n+1} - \vec{E}^n}{\Delta t} = \nabla^+ \times \vec{B}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{J}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\vec{B}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{B}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = -\nabla^+ \times \vec{E}^n$$

gde su operatori ∇^\pm vektori definisani kao:

$$\nabla^+ f_{i,j,k} = \left(\frac{f_{i+1,j,k} - f_{i,j,k}}{\Delta x}, \frac{f_{i,j+1,k} - f_{i,j,k}}{\Delta y}, \frac{f_{i,j,k+1} - f_{i,j,k}}{\Delta z} \right)$$

$$\nabla^- f_{i,j,k} = \left(\frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x}, \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y}, \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta z} \right)$$

Kada se raspišu diskretizovane Maksvelove jednačine koristeći definisane operatore dobijaju se jednačine koje direktno mogu da se implementiraju u simulaciju. Prvo se izračuna promena za magnetno polje:

$$B_{x(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} = B_{x(i,j)}^n - \frac{E_{z(i,j)}^n - E_{z(i,j-1)}^n}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$B_{y(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} = B_{y(i,j)}^n - \frac{E_{z(i,j)}^n - E_{z(i,j-1)}^n}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$B_{z(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} = B_{z(i,j)}^n - \left(\frac{E_{y(i,j)}^n - E_{y(i,j-1)}^n}{\Delta x} - \frac{E_{x(i,j)}^n - E_{x(i,j-1)}^n}{\Delta x} \right) \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

Zatim se izračuna promena za električno polje:

$$E_{x(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} = E_{x(i,j)}^n + \left(\frac{B_{z(i,j+1)}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z(i,j)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - J_{x(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} \right) \cdot \Delta t$$

$$E_{y(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} = E_{y(i,j)}^n + \left(\frac{B_{z(i,j+1)}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z(i,j)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - J_{y(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} \right) \cdot \Delta t$$

$$E_{z(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} = E_{z(i,j)}^n + \left(\frac{B_{x(i,j+1)}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x(i,j)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{B_{y(i,j+1)}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y(i,j)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - J_{z(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} \right) \cdot \Delta t$$

Sada je potrebno izračunati preostalu polovinu magnetnog polja:

$$B_{x(i,j)}^{n+1} = B_{x(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{E_{z(i,j)}^{n+1} - E_{z(i,j-1)}^{n+1}}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$B_{y(i,j)}^{n+1} = B_{y(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{E_{z(i,j)}^{n+1} - E_{z(i-1,j)}^{n+1}}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$B_{z(i,j)}^{n+1} = B_{z(i,j)}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{E_{y(i,j)}^{n+1} - E_{y(i-1,j)}^{n+1}}{\Delta x} - \frac{E_{x(i,j)}^{n+1} - E_{x(i,j-1)}^{n+1}}{\Delta y} \right) \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

Interpolacija polja na lokaciju čestice

Interpolacija polja se vrši računanjem površinskih težina u odnosu na čvorove rešetke, što se može videti na slici 6.

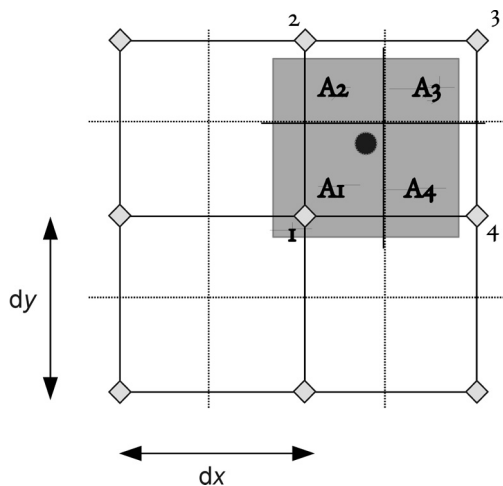
Ako sa E_p obeležimo polje na lokaciji čestice onda iz interpolacije imamo:

$$E_p = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2 + E_3 A_3 + E_4 A_4}{A}$$

gde je A površina ćelije.

Granični uslovi. U simulaciji su korišćeni periodični granični uslovi za polja po yosi dok su po x osi granice bile otvorene. Kod čestica su korišćene samo otvorene granice po svim osama.

Prozor simulacije. Prostor koji bi bio potreban da se simulira celokupno kretanje lasera kroz plazmu bi zahtevao ogromne hardverske resurse. Da bi se ovaj problem rešio uveden je pomerajući prozor koji je pratio laser kako se kretao kroz plazmu. Brzina prozora u proseku mora biti ista brzini svetlosti. Zbog toga što vremenski korak i rezolucija po x smeru nisu iste,



Slika 6. Interpolacija polja na poziciju čestice

Figure 6. Field interpolation of particle's position

prozor se ne sme pomerati za svaku iteraciju. Da bi simulacija bila numerički stabilna mora zadovoljavati uslov (Courant condition):

$$\frac{1}{c^2 \Delta t^2} > \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}.$$

Određene iteracije prozor mora mirovati kako bi se u proseku kretao brzinom svetlosti i time postizemo da laser ostane u simulaciji. Kada se prozor pomeri plazma sa desne strane se uklanja, a nova plazma se dodaje na desni kraj prozora. Uklanjanje plazme koja izlazi iz prozora sa leve strane je moguće uraditi jer informacija ne može putovati brže od brzine svetlosti te uklonjena plazma nema nikakav uticaj na mehur i novu plazmu.

Zahvalnost. Želeo bih da se zahvalim mentoru Mariji Vranić na pomoći i sugestijama bez kojih ovaj projekat ne bi uspeo. Takođe bih želeo da se zahvalim Miroslavu Bogdanoviću, Marku Kuzmanoviću i Ognjenu Markoviću na sugestijama i pomoći oko pisanja simulacije. Takođe bih želeo da se zahvalim mom tati, najboljoj tehničkoj podršci na svetu.

Literatura

Birdsall C. K. A., Langdon B. 1985. *Plasma Physics via Computer Simulation*. McGraw-Hill

Esirkepov T. Zh. 1999. Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulations for a big class of form-factors. arXiv: physics, 9901047 [physics.comp-ph]

Faure J., Glinec Y., Pukhov A., Kiselev S., Gordienko S., Lefebvre E., Rousseau J.-P., Burgy F., Malka V. 2004. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams. *Nature*, **431**: 541.

Fuchs T., Szymanowski H., Oelfke U., Glinec Y., Rechatin C., Faure J., Malka V. 2009. Treatment planning for laser-accelerated very-high energy electrons. *Physics in Medicine & Biology*, **54**: 3315.

Geddes C. G. R., Toth Cs., van Tilborg J., Esarey E., Schroeder C. B., Bruhwiler D., Nieter C., Cary J., Leemans W. P. 2004. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding. *Nature*, **431**: 538.

Lu W., Tzoufras M., Joshi C., Tsung F. S., Mori W. B., Vieira J., Fonseca R. A., Silva L. O. 2007. Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime. *Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams*, **10**: 061301.

Mangles S. P. D., Murphy C. D., Najmudin Z., X Thomas J. M., Collier J. L., Dangor A. E., Divall E. J., Foster P. S., Gallacher J. G., Hooker C. J., Jaroszynski D. A., Langley A. J., Mori W. B., Norreys P. A., Tsung F. S., Viskup R., Walton B. R., Krushelnick K. 2004.

Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions. *Nature*, **431**: 535.

Tajima T., Dawson J. M. 1979. Laser Electron Accelerator. *Physical Review Letters*, **43**: 267.

Aleksandar Bukva

Influence of Plasma Density on Laser Wakefield Acceleration

We studied the effects of plasma density on the acceleration of electrons in the wakefield accelerator. The hypothesis to test was that for every laser there exists an optimal density for the most efficient transfer of energy from the laser to the electrons. For this study, we developed a 2D relativistic PIC code, written in the programming language C and parallelized using the OpenMPI library. Energies for different plasma densities are shown in Figure 1. We have found an optimal density for which the transfer of energy is most effective and electrons have the highest energies. The other three densities studied have significantly lower electron energies. This result indicates that 2D simulation give qualitatively similar results as the 3D scaling (Lu *et al.* 2007) for the optimal plasma density, and therefore the initial hypothesis is correct. For quantitative studies aimed at giving the exact energy spectrum of self-injected electrons, charge, etc., 3D simulations are required. Further research can vary different initial plasma density profiles and study its impact on the final energy of the electrons and the self-injection. 