

Ispitivanje osobina planarnih i sfernih sočiva na bazi metamaterijala

Metamaterijali predstavljaju relativno novu grupu veštačkih materijala čija se glavna karakteristika ogleda u negativnom indeksu prelamanja ovakvih struktura. Zbog svojih izuzetnih performansi, moguće ih je koristiti za pravljenje supersočiva, tj. sočiva koja prevazilaze difrakcioni limit. U ovom radu dat je teorijski opis prostiranja svetlosti kroz sočivo napravljeno od metamaterijala uzimajući u obzir dve geometrije: planarnu i sfernu. Numerički rezultati pokazuju zavisnost prelomljenog dela polja od opsega frekvencija, upadnog ugla, kao i od samog oblika polja puštenog na supersočivo. Prikazana je moguća primena sfernog sočiva baziranog na metamaterijalu kao rutera u optičkim telekomunikacionim sistemima.

Uvod

Glavne elektromagnetne karakteristike nekog materijala su njegova dielektrična permitivnost ϵ i magnetna permeabilnost μ . Za razliku od prirodnih sredina, kao što su staklo, kristal, itd., u kojima su ova dva parametra (tj. njihovi realni delovi) uvek pozitivne veličine, za neke metamaterijale važi da je $\epsilon, \mu < 0$. Takvi metamaterijali se nazivaju levoruki metamaterijali (LHM – left handed metamaterial) (Caloz i Itoh 2006), jer u njihovom elektromagnetnom polju važi takozvano pravilo leve ruke.

Istorija metamaterijala počinje 1968. godine idejom ruskog fizičara Viktora Veselaga o postojanju supstance sa istovremeno negativnim vrednostima ϵ i μ (Veselago 1968). Promenom algebarskog znaka tih parametara u četiri Maksvelove jednačine (Kawano i Kitoh 2001), dobija se „levoruka trojka“ električnog polja \mathbf{E} , magnetnog \mathbf{H} i faznog vektora \mathbf{k}

(Caloz i Itoh 2006). Tridesetak godina kasnije osmišljene su strukture bazirane na periodičnom ponavljanju blokova napravljenih od tankih metalnih žica (TW – metal thin wire) i prstenastih rezonatora (SRR – metal split ring resonator). Gradivni elementi bloka, nezavisno jedni od drugih, u nekim opsezima frekvencija poseduju negativnu dielektričnu permitivnost (TW), odnosno magnetnu permeabilnost (SRR). Kombinacijom ovakva dva elementa napravljeni su metamaterijali sa elektromagnetnim svojstvima koja se u prirodi ne mogu pronaći.

Bitna osobina metamaterijala jeste da im je prosečna dimenzija jedinične ćelije mnogo manja od talasne dužine upadnog zračenja. U krajnjem slučaju, ona može iznositi četvrtinu vrednosti talasne dužine upadnog zračenja. To je uslov koji osigurava da pri prelamanju talasa kroz metamaterijal ne dođe do efekata rasejanja i difrakcije (Caloz i Itoh 2006).

Indeks prelamanja neke sredine ($n = n' + in''$), gde su n' i n'' realan i imaginarnan deo indeksa prelamanja, respektivno) zavisi od pomenutih veličina ϵ i μ . Iako se obično smatra da je $n' > 0$, relacija $n' < 0$ ne krši nikakve fundamentalne zakone. Materijal sa istovremeno negativnim realnim delovima dielektrične permitivnosti ϵ' i magnetne permeabilnosti μ' će uvek posedovati negativan efektivni indeks prelamanja (ubuduće samo indeks prelamanja). Glavna osobina ovih materijala je inverzan Snelov zakon. Zakon prelamanja je dat izrazom $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$, pri čemu su α_1 i α_2 upadni, odnosno prelomljeni ugao, a n_1 i n_2 indeks prelamanja sredine iz koje talas dolazi, odnosno materijala kroz koji se talas prelama. Pošto je indeks prelamanja LH metamaterijala negativan, znači da se kroz takvu sredinu svetlost prelama pod negativnim uglom, tj. sa iste strane normale na razdvoju površinu kao i upadni talas. Potrebno je napomenuti da indeks

Ognjen Tripunović (1992), Kruševac, Nikole Velimirovića 52, učenik 2. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

MENTORI:

Petra P. Beličev, Institut za nuklearne nauke, Vinča

Igor Ilić, Institut za nuklearne nauke, Vinča

Marina Radulaški, Fizički fakultet, Beograd

prelamanja zavisi i od frekvencije i da u zavisnosti upadnog ugla (Brusterov ugao) može doći do pojave totalne refleksije. U ovim materijalima primećeni su i fenomeni inverznog Doplerovog efekta, obrnute Čerenkove radijacije itd. (Milloni 2005).

Zbog mnoštva specifičnih svojstava, metamaterijali bi u velikoj meri mogli doprineti razvoju optike, medicine i raznih naučnih grana. Naime, predviđanja ukazuju na to da bi se od njih mogla proizvesti tzv. supersočiva koja bi bila planarna za razliku od konvencionalnih i davala oštriju sliku predmeta, značajno smanjujući aberaciju. Ova pojava sledi iz činjenice da bi kod ovakvih sočiva bio prevaziđen difrakcioni limit, pa bi se ona mogla primeniti i u medicini za npr. posmatranje minijaturnih ćelija raka (Caloz i Itoh 2006). Supersočiva bi se mogla koristiti za povećanje kapaciteta memorije kod optičkih diskova i kao pojačavači antena. Još jedna neobična primena metamaterijala jeste pravljenje plašta za nevidljivost. Naime, napravljene su strukture koje primoravaju EM zrak da zaobide predmet koji se nalazi unutar njih, pa predmet, na taj način, postaje nevidljiv za naše oko.

Cilj ovog rada je ispitivanje osobina planarnih sočiva na bazi metamaterijala, odnosno izračunavanje uslova pri kojima se ovo sočivo može okarakterisati kao supersočivo. Takođe, ispitivane su osobine sfernog sočiva konstruisanog od metamaterijala, kao i mogućnosti za upotrebu takvog sočiva kao rutera u optičkim (telekomunikacionim ili računarskim) sistemima.

Model

U cilju izvođenja izraza za indeks prelamanja metamaterijala korišćen je Lorencov model (Ruppin 2002). Relativna dielektrična permitivnost, magnetna permeabilnost i indeks prelamanja dati su izrazima:

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty \cdot \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_r^2 + i\omega\Gamma_e} \right) \quad (1)$$

$$\mu = \frac{1 - F\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma_m} \quad (2)$$

$$n = \pm\sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \quad (3)$$

gde su ε_∞ pozadinska dielektrična konstanta, ω frekvencija upadnog talasa, ω_p plazma-frekvencija koja predstavlja jačinu interakcije oscilatora sa

električnim poljem, ω_r rezonantna frekvencija električnog dipola, F jačina interakcije električnog i magnetnog polja, ω_0 rezonantna frekvencija magnetnog dipola, a Γ_e i Γ_m faktori prigušenja u električnom i magnetnom polju, respektivno. Ukoliko je zadovoljen uslov ($\varepsilon' > 0 \vee \mu' > 0$) \wedge ($\varepsilon'\mu'' + \mu'\varepsilon'' > 0$) vrednost indeksa prelamanja u jednačini (3) će biti pozitivna. U ostalim slučajevima indeks prelamanja je negativan.

Apsorpcija predstavlja slabljenje svetlosti pri prolasku kroz neku sredinu i njena vrednost se kreće u opsegu od 0 do 1. Apsorpcija EM talasa kroz metamaterijal je data sledećim izrazom (Ilić *et al.* 2008):

$$A = \frac{1}{\gamma_0 |E_0|^2} \int_0^L \left[\text{Im}(\gamma_B^2) |E_y(x)|^2 - \text{Im} \left(\frac{\mu'}{\mu} E_y' E_y^* \right) \right] dx$$

gde je E_0 upadna amplituda električnog polja, E_y^* konjugovano kompleksna vrednost y-komponente električnog polja u supersočivu, $\gamma_0 = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_s \mu_s - \beta^2}$, gde je k_0 talasni broj u vakuumu, β konstanta propagacije talasa, a ε_s i μ_s permitivnost i permeabilnost okolne sredine, respektivno. Polje unutar metamaterijala na poziciji x , označeno je sa $E_y(x)$ dok su ostale relevantne veličine date izrazima $\mu' = \frac{d\mu}{dx}$, $E_y' = \frac{dE_y}{dx}$, $\gamma_B = k_0 \sqrt{\varepsilon_s \mu_s + \varepsilon \mu \sin^2 \alpha}$, pri čemu je α upadni ugao.

Pri svakom prelasku zraka svetlosti u novu sredinu, deo svetlosti se reflektuje, a ostatak se transmituje. Procenat svetlosti koji se transmituje dat je sledećom relacijom:

$$T = 1 - \left(\frac{\tan(\beta - \alpha)}{\tan(\beta + \alpha)} \right)^2$$

gde su α i β vrednosti upadnog i prelomljenog ugla, respektivno. Deo svetlosti koji prođe kroz metamaterijal je dat sledećom formulom:

$$T_{uk} = T_1 \cdot T_2 \cdot (1 - A)$$

gde su T_1 i T_2 koeficijenti transmisije pri ulasku, odnosno izlasku iz metamaterijala.

Planarno sočivo od metamaterijala

Neka je dato planarno sočivo debljine d i neka se tačkasti izvor svetlosti nalazi na rastojanju p od sočiva (slika 1). Frekvencija svetlosti zadovoljava

uslov da je $n' < 1$. Neka je θ_s ugao pod kojim neki zrak upada na sočivo. Ako je n_s indeks prelamanja sredine, prema Snellovom zakonu prelamanja, ima se da je ugao prelamanja jednak $\theta = \arcsin \frac{\sin \theta_s n_s}{|n|}$.

Glavna osa sadrži izvor svetlosti i normalna je na sočivo. S druge strane sočiva, zrak seče glavnu osu u tački L . Kako je $AB = PB \cdot \tan \theta_s$ i $AB = BC \cdot \tan \theta$, izjednačavanjem dobijamo

$$BC = BE - CE = PB \cdot \frac{\tan \theta_s}{\tan \theta}. \quad (4)$$

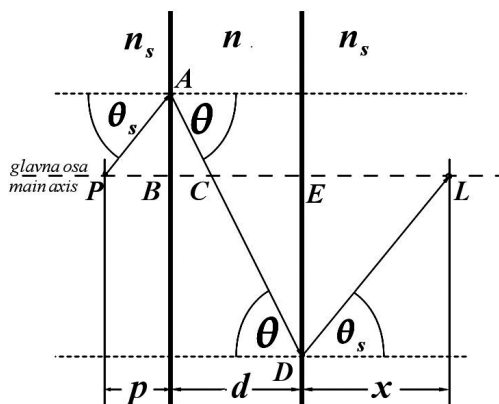
Analogno se dobija da je

$$CE = EL \frac{\tan \theta_s}{\tan \theta}. \quad (5)$$

Imajući u vidu da je $PB = p$, $BE = d$ i $EL = x$, iz jednačina (4) i (5) sledi:

$$x = d \cdot \frac{\tan \theta_s}{\tan \theta} - p. \quad (6)$$

U slučaju $x < 0$ presečna tačka je imaginarna i nalazi se sa druge strane prave DE .



Slika 1. Planarno sočivo napravljeno od metamaterijala

Figure 1. The planar lens made of metamaterial

Sferno sočivo od metamaterijala

Posmatra se 2D model homogene sfere poluprečnika R od metamaterijala u (x, y) koordinatnom sistemu (slika 2). Ukoliko, paralelno x -osi, kroz sferno sočivo pustimo svetlosni zrak čija frekvencija zadovoljava uslov $n' < 0$ on će se dva puta prelomiti, kao što je prikazano na slici 2. Radi detekcije, sa druge

strane x -ose možemo postaviti zastor na kome će ovaj zrak padati u tačku L . Ukoliko su koordinate upadne tačke $P(x_1, y_1)$ koordinatu x'' tačke L možemo izračunati na način opisan u sledećem pasusu.

Radi jednostavnosti recimo da je $x'' > 0$. Neka je (x, y) kompleksna ravan. Tačka A se dobija rotacijom tačke P oko centra sočiva za ugao $2\beta + \pi$. Otuda važi

$$(x_1 + iy_1)e^{i(2\beta + \pi)} = x_2 + iy_2. \quad (7)$$

Ako je $\gamma = 2\beta + \pi$, realni i kompleksni delovi leve strane jednačine (7) respektivno su dati izrazima:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \cos \gamma - y_1 \sin \gamma \\ y_2 &= y_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma. \end{aligned}$$

Iz sličnosti trouglova DAO i CBO sledi da je

$$x' = x_2 \cdot \frac{y_3}{y_2}.$$

Na sličan način se dobija da je

$$|AB| = R_s \frac{y_3 - y_2}{y_2}.$$

Takođe važi

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{x_2}{R_s}$$

pa je ugao kod tačke L jednak

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1 - \alpha.$$

Primenjujući sinusnu teoremu na trougao BLA dobija se da je

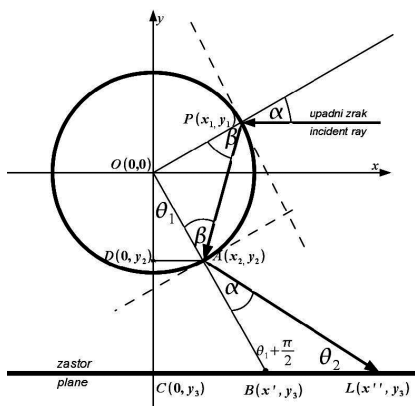
$$|BL| = |AB| \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \theta_2}.$$

Sabiranjem duži CB i BL dobijena je tražena koordinata tj.

$$x'' = x' + |BL|.$$

Ukoliko svetlost padne na „levu“ stranu zastora u nekoj tački, sličnim postupkom je moguće odrediti njene koordinate. Koordinata y_3 je određena položajem zastora.

Potrebno je napomenuti da, za razliku od planarnih, u praksi do sada nisu konstruisane sferične strukture na bazi metamaterijala, tako da je, na žalost, sferni pojam metamaterijala još uvek samo teorija.



Slika 2. 2-D model sfernog sočiva napravljenog od metamaterijala

Figure 2. The 2-D model of a spherical metamaterial

Rezultati i diskusija

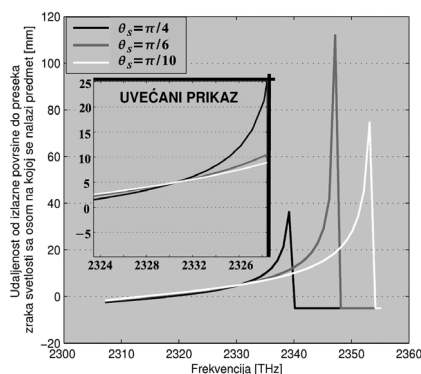
Pri proučavanju modela metamaterijala potrebno je izabrati osobine istog koje su okarakterisane parametrima iz jednačina (1) i (2). U ovom radu korišćeni su parametri iz rada Ilića i saradnika (2008). Za tako odabrane parametre, opseg talasnih dužina u kom je indeks prelamanja negativan kreće se između 799 i 818 nm. Vrednosti parametara su: $\omega_p = 2700$ THz, $\omega_r = 0$, $\omega_0 = 2300$ Hz, $F = 0.052$, $\epsilon_\infty = 3.1$, $\Gamma_e = 35$ THz, $\Gamma_m = 35$ THz i $R_s = 50$ nm.

U odabranom modelu zanemareni su faktori prigušenja. Debljina sočiva iznosi $d = 1$ cm, a udaljenost tačkastog izvora je $p = 0.5$ cm. Za koeficijent indeksa prelamanja sredine uzimano je $n_s = 1$.

Supersočivo

Na slici 3 prikazano je mereno rastojanje presečne tačke L od sočiva u zavisnosti od frekvencije (jednačina (6)). Proračun je rađen za više različitih upadnih uglova. Pikovi na slici 3 predstavljaju frekvencije pri kojima dolazi do totalne refleksije zraka, tako da pri većim frekvencijama od te, zrak ne seče glavnu osu. Odatle vidimo da se opseg „dovoljenih“ frekvencija smanjuje sa povećanjem upadnog ugla (poredeći po uglovima sa slike 3, za $\theta_s = \pi/4$ opseg je najmanji, a za $\theta_s = \pi/10$ najveći). Tačka preseka za koju važi da je $x = d - p = 5$ mm odgovara slučaju kada je $n_s = -n$, što znači da je ovo

potreban i dovoljan uslov da ovakvo sočivo ispoljava osobine supersočiva. Na uvećanom delu slike 3 možemo „očitati“ frekvenciju pri kojoj je dati uslov zadovoljen. Sa slike 3 se vidi da su, za manje frekvencije upadne svetlosti, neka rastojanja negativna, što znači da je u svakom od tih slučajeva presek zraka sa glavnom osom imaginaran. Ovaj problem se prevazilazi smanjenjem udaljenosti tačkastog izvora P od supersočiva, tako da svaki zrak seče glavnu osu i unutar sočiva.



Slika 3. Udaljenost presečne tačke L od sočiva u zavisnosti od frekvencije upadnog zračenja (za različite upadne uglove)

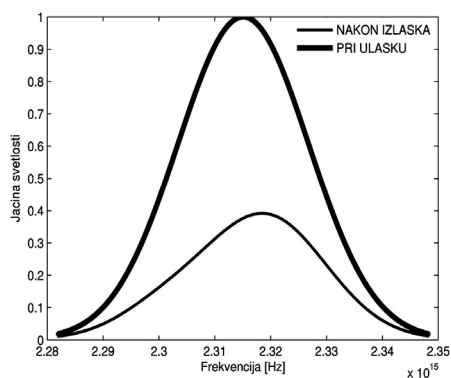
Figure 3. The distance between the intersection L and the lens position versus frequency (for different incident angles), with detailed view in center

Sferno sočivo

Kod sferne geometrije vršeni su proračuni za dva slučaja (slika 2): kada je upadni zrak zanemarljivo male širine i kada je lansiran laserski impuls, tj. oblika gausijana.

U prvom slučaju zrak nosi talase različitih frekvencija svetlosti čija je jačina određena Gausovom raspodelom po frekvencijama. Na slici 4 dat je uporedni prikaz raspodela jačina svetlosnog zraka pri ulasku u sočivo i pri njenom izlasku. Upadni ugao je iznosio 0.4 radijana.

Maksimum jačine talasa pri ulasku nije isti kao maksimum jačine talasa pri izlasku, već je frekvencija drugog malo viša. Raspodela se deformisala, jer su se, pri prelamanju upadnog zraka, zbog različitih indeksa prelamanja, talasi različitih frekvencija prelamali pod različitim uglovima i na taj način



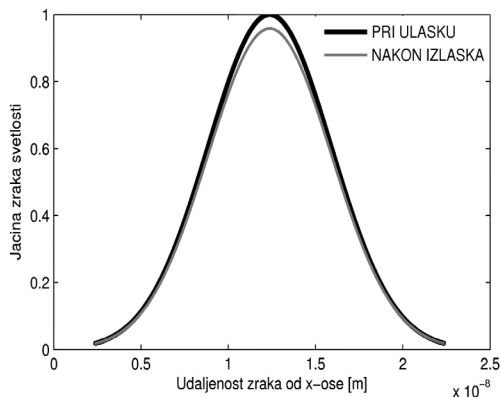
Slika 4. Poređenje raspodela zastupljenosti frekvencija zraka svetlosti pri ulasku odnosno izlasku iz sfernog sočiva (za upadni ugao od 0.4 rad)

Figure 4. Comparison between frequency distributions of the ray entering (thick line) and leaving (thin line) the spherical lens (for a 0.4 rad incident angle)

prelazili različite puteve pri prolasku kroz sferu. Ova pojava ima za posledicu različitost u koeficijentu transmisije svakog talasa kojeg nosi upadni zrak. Velika varijabilnost indeksa prelamanja metamaterijala uzrokuje „raspršivanje“ ovakvog zraka pri prelamanju kroz isti.

Vidi se da su gubici relativno veliki (oko 50%). Za različite upadne uglove dobijani su relativno slični grafici, s tim što je pri upadnim uglovima većim od 0.5 radijana „dozvoljeni“ opseg frekvencija veoma uzak, tj. dolazi do potpune refleksije nekih talasa u posmatranom opsegu. Poredeći gubitke, ustanovljeno je da su oni uvek maksimalni za talas frekvencije $\omega_{\text{GUB}} \approx 2345$ THz, nezavisno od upadnog ugla. Utvrđeno je da je za tu frekvenciju indeks prelamanja najmanji i iznosi oko -1.3 . Frekvencije za koje su gubici minimalni zavise od upadnog ugla i ti gubici se kreću do 40%.

U drugom slučaju posmatran je laserski impuls čija je širina reda veličine poluprečnika sfere. Jačina impulsa je data prostornom Gausovom raspodelom (po širini impulsa) za određenu frekvenciju svetlosti. Ako se odabere frekvencija ω_1 takva da je indeks prelamanja metamaterijala 1, za nju pri prolasku zraka kroz sferu ne dolazi do refleksije; koeficijenti obe transmisije jednaki su jedinici, pa su tada gubici najmanji. Na slici 5 se vidi da su gubici svedeni na minimum i iznose oko 3%.

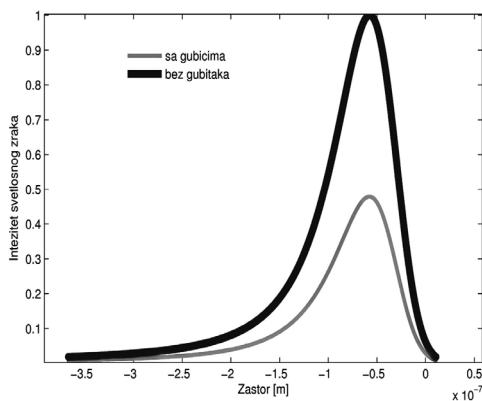


Slika 5. Poređenje raspodela jačina svetlosti pri ulasku odnosno izlasku iz sfernog sočiva u odnosu na visinu, za $n = 1$

Figure 5. Comparison of light intensity distributions before (thick line) and after (thin line) propagation through the spherical lens as a function of height, for $n = 1$

Sledeći primer posmatra zastor postavljen kao na slici 2, tako da je $y_3 = 2R_s$. Ako je frekvencija ω_2 laserskog zraka takva da je indeks prelamanja negativan, zrak će padati na zastor. Frekvencija ω_2 je odabrana tako da je $n' = -1$. Na slici 6 se jasno vidi kako se gausijan na zastoru pri ovoj frekvenciji laserskog impulsa „spustio“ zbog gubitaka i deformisao. Do deformacije je došlo jer su se zraci svetlosti koji su na ulasku bili bliži x -osi prelamali pod relativno malim uglom i prešli najveći put do zastora. Zato se deformacija gausijana na izlasku može smanjiti „podizanjem“ donjeg dela laserskog impulsa, jer bi tako sve komponente snopa padale bliže y -osi i dobijeni gausijan bi bio uži. Gubici su približno iznosili 52%. Radi provere izračunato je i da su gubici najveći za frekvenciju i iznose oko 65%. Ali uprkos tome, to je „sigurna“ frekvencija, jer je granični upadni (Brusterov) ugao pri kome dolazi do totalne refleksije najveći.

Ukoliko bi se postavio još jedan zastor vertikalno u II kvadrant, izborom frekvencije upadnog zraka (ω_1 ili ω_2) moguće je diktirati pravac prostiranja svetlosti kroz ovakvo sferno sočivo. Naime, za prvu frekvenciju svetlost bi skrenula „levo“, dok bi za drugu nastavila prostiranje u istom smeru završivši na ovom zastoru. Na ovaj način, moguće je realizovati optički ruter koji bi izborom frekvencije usmeravao zrak u željenom pravcu.



Slika 6. Raspodela intenziteta svetlosti na zastoru sa gubicima odnosno bez njih pri $n = -1$

Figure 6. The distribution of light intensity on the plane with (thin line) and without (thick line) losses for $n = -1$

Zaključak

Indeks prelamanja metamaterijala je veoma promenljiv u zavisnosti od karakteristika EM zraka koji se pušta kroz njega. Dokazano je da, u opsezu frekvencija koje smo koristili, a u skladu sa datim parametrima, supersočivo može postojati isključivo ako je njegov koeficijent indeksa prelamanja jednak negativnom koeficijentu indeksa prelamanja sredine. Primećeno je da se najveći gubici, pri prolasku EM talasa kroz sferno sočivo napravljeno od metamaterijala, dešavaju pri minimalnom indeksu prelamanja. Interesantno je i to da na gubitke gotovo ne utiče upadni ugao zraka.

Projekat bi se mogao poboljšati i kada bi se u obzir uzelo da u realnom slučaju laserski impuls nije određen samo jednom, glavnom frekvencijom. Naime, laserski impuls sadrži niz talasa frekvencija bliskih glavnoj frekvenciji zračenja lasera. Njihova zastupljenost je data Gausovom raspodelom. Na taj način bi na zastor u jednu tačku stizali zraci više frekvencija koje bi morale da se slažu i po fazama.

Konstrukcija sfernih sočiva bi mogla da doprinese razvitku rutera, uređaja koji bi, u zavisnosti od frekvencije signala koji šaljemo, omogućili skretanje signala u „željenom“ smeru.

Literatura

Caloz C., Itoh T. 2006. *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*. New York: Wiley

Ilic I., Belicev P. P., Milanovic V., Radovanovic J. 2008. Analysis of tunneling times in absorptive and dispersive media. *Journal of The Optical Society of America B, Optical Physics*, **25**: 1800.

Kawano K., Kitoh T. 2001. *Introduction to optical waveguide analysis (solving Maxwell's equations and the Schrödinger equation)*. New York: Wiley

Milloni P. W. 2005. *Fast light, slow light and left-handed light*. Bristol: Institute of Physics

Ruppin R. 2002. Electromagnetic energy density in a dispersive and absorptive material. *Physics Letters A*, **299**: 309.

Veselago V. G. 1968. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ , *Soviet physics uspekhi*, **10**: 509.

Ognjen Tripunović

Study of Characteristics of Planar and Spherical Lenses Based on Metamaterials

Metamaterials represent a relatively new group of artificial materials whose main characteristic is a negative refractive index of such structures. Because of their remarkable performances, it is possible to use them for making superlenses, i.e. lenses that go beyond the diffraction limit. In this paper, two theoretical, geometrically different approaches of a light propagation through a lens made of metamaterial, are given: planar and spherical. Numerical results show the dependencies of the refracted part of the field on a band of frequencies, incident rays, and field shapes sent through the lenses. The possible usage of such spherical lenses as routers in optical telecommunication systems is presented. 