
Uroš Delić

2D-simulacije formiranja i evolucije planeta

Cilj ovog rada je da pokuša da modelira postojanje ekstrasolarnih planeta velikih ekscentriciteta i masa na malom odstojanju od zvezde. U cilju toga je pomoću simulacije posmatrana evolucija protoplanetarnog diska od 20000 čestica koje se kreću oko zvezde po eliptičnim putanjama. U simulaciji je korišćen uslov sudara čestica kao jedini vid interakcije koja dovodi do spajanja. Korišćen je algoritam koji dodatno ubrzava rad programa tako što ubacuje jednu po jednu česticu. Detaljnije su razmatrana dva posebna slučaja ovakve akrecije. U prvom slučaju sva tela imaju istu masu dok se ekscentricitet i velika poluosa zadaju po određenim raspodelama. U drugom slučaju se jednom telu veće mase zadaju određene vrednosti ekscentriciteta i velike poluose. Sva ostala tela, koja se tokom simulacije dodaju, kreću se po kružnim putanjama oko zvezde. Velike poluose ovih tela deluju se po različitim raspodelama.

Uvod

Prva ekstrasolarna planeta otkrivena je sredinom 90-ih godina 20. veka. Tokom proteklih godina je otkriveno još dosta planeta. Trenutno je otkriveno oko 170 njih (<http://vo.obspm.fr/>). One pripadaju nekom od 145 planetarnih sistema, pri čemu se 18 planetarnih sistema sastoji od više planeta. Zanimljivo je da 28 posto tih planeta ima masu veću od mase Jupitera, a da se 33 procenata nalazi bliže svojoj zvezdi nego što je Merkur blizu Sunca. Oko 40 procenata planeta ima vrednost ekscentriciteta veću od 0.3. Jedan od uslova zbog kojih i vidimo samo takve planete jeste taj što upravo takve planete imaju veliki uticaj na kretanje zvezde oko koje se vrte.

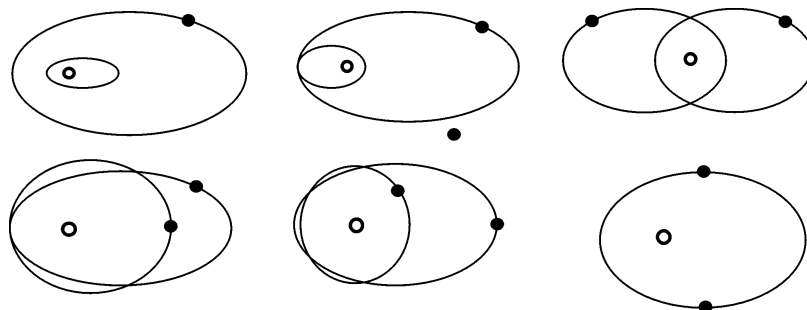
Naš cilj je bio da razvijemo model koji bi objasnio pojavu nastanka ekstrasolarnih planeta. Kao početak razvića planetarnih sistema uzeli smo protoplanetarni disk. To je disk koji se sastoji od velikog broja malih čestica. Usled prevelikog momenta impulsa koji zvezda ima, dolazi do odvajanja materijala od zvezde, tj. do nastajanja protoplanetarnog diska (efekat

*Uroš Delić (1987),
Beograd, Treći
bulevar 26/10, učenik
3. razreda
Matematičke
gimnazije u Beogradu*

MENTORI:
*Branimir Acković i dr
Aleksandar Bogojević,
Institut za fiziku,
Beograd*

centrifugalne nestabilnosti). Čestice u disku se kreću po eliptičnim orbitama oko zvezde. Pretpostavili smo da je debljina diska zanemarljivo mala, što je sasvim prihvatljiva aproksimacija, s obzirom da se taj materijal odvajava od zvezde u pojasu ekvatora.

U principu postoje dva različita načina kako dolazi do spajanja čestica u disku. Prvi način je gravitaciona interakcija, tj. uslov za spajanje dve čestice u jednu, jeste da su dovoljno dugo dovoljno blizu jedna drugoj (Balaž *et al.* 2000). Vreme potrebno za stvaranje planetarnog sistema na taj način je reda veličine 10^8 godina. Drugi način spajanja je sudaranje čestica koje se kreću po ekscentričnim elipsama. Uslov za spajanje dve čestice u ovom slučaju je da se njihove orbite oko zvezda seku. Njihove orbite se mogu seći na šest različitih načina u zavisnosti od broja njihovih presečnih tačaka (slika 1). Gruba procena daje da planetarni sistem koji nastaju ovom akrecijom to čine za oko 10^3 godina. Već je proučavano nastajanje planeta gravitacionom interakcijom (Balaž *et al.* 2000). Međutim, dobijeni rezultati nisu objasnili pojavu ekstrasolarnih planeta sa velikim ekscentricitetom. Mi u ovoj simulaciji koristimo sudaranje čestica kao jedini način na koji mogu nastati planete.



Slika 1.
Načini sečenja dve elipse

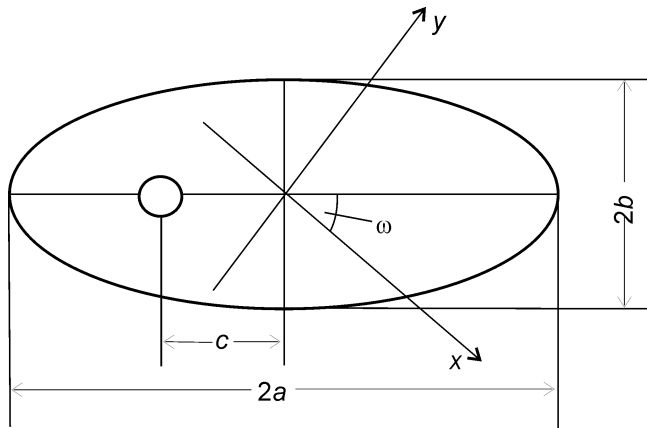
Figure 1.
Ways of intersecting of
two ellipses

Svaka čestica u disku zadata je njenom masom m , velikom poluosom a i ekscentricitetom orbite e , kao i uglom ω koji prava koja sadrži njenu veliku poluosu, gradi sa x-osom (slika 2). Ekscentricitet orbite računamo po formuli: $e = c/a$, i ta vrednost je između 0 i 1.

Da bismo pronašli parametre čestice nastale pri sudaru neke dve čestice, pošli smo isključivo od onoga u što smo sigurni, tj. od tri relevantna zakona održanja. Iz zakona održanja mase dobijamo masu novonastale čestice:

$$m = m_1 + m_2 \quad (1)$$

pri čemu su m_1 i m_2 mase čestice koje učestvuju u sudaru. Svako telo mase m koje se kreće po elipsi, čija je velika poluosa a , oko zvezde mase M_z ima potencijalnu energiju koja iznosi $E = -\gamma(M_z m)/2a$, gde je γ



Slika 2.
Elipsa i parametri elipse

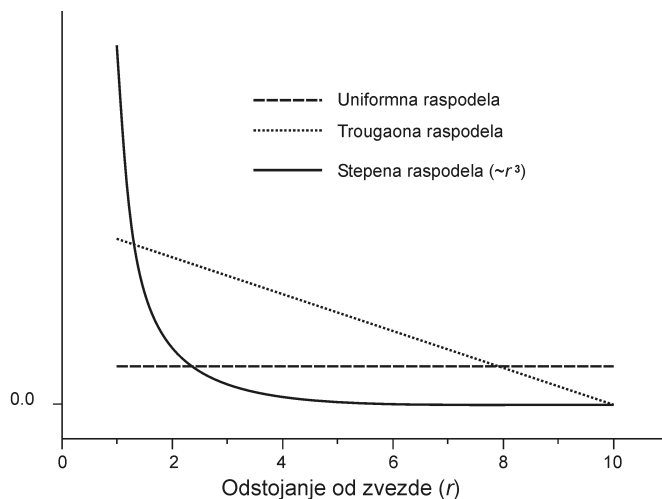
Figure 2.
Ellipse and its
parameters

gravitaciona konstanta. Kinetička energija za ovo kretanje je proporcionalna potencijalnoj. Dakle, primena zakona održanja energije (uz zanemarivanje energije gravitacionih interakcija tela 1 i 2, kao i oslobođene toplotne energije) dovodi do sledeće veze između poluosa:

$$m/a = m_1/a_1 + m_2/a_2. \quad (2)$$

Treći zakon održanja koji smo koristili je zakon održanja momenta impulsa. Pretpostavili smo da su čestice u simulaciji male i da možemo zanemariti njihov moment impulsa rotacije u odnosu na moment impulsa revolucije (orbitalni ugaoni moment). Takođe smo koristili i činjenicu da je orbitalni ugaoni moment tela mase m koje se kreće po elipsi, čija je velika poluosa a i ekscentricitet e , oko zvezde mase M_z konstantan i da iznosi $L = (\gamma M_z)^{1/2} m (1 - e^2)^{1/2} a^{1/2}$. Iz prethodnog dobijamo jednačinu iz koje možemo izračunati ekscentricitet orbite nastale čestice:

$$m (a (1 - e^2))^{1/2} = m_1 (a_1 (1 - e_1^2))^{1/2} + m_2 (a_2 (1 - e_2^2))^{1/2} \quad (3)$$

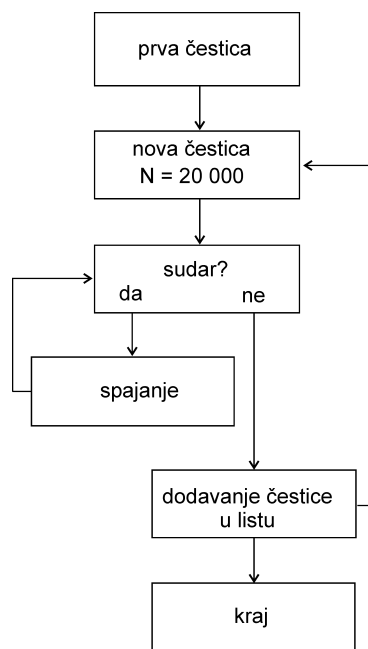


Slika 3.
Distribucije početnih
vrednosti velikih
poluosa korišćenih u
ovom radu

Figure 3.
Distributions of starting
values of semi-major
axes used in this paper

Ugao ω koji odgovara telu koje nastane u sudaru dve čestice se uzima proizvoljno, s obzirom da se i na početku simulacije uglovi ω zadaju proizvoljno.

Broj čestica u disku je postavljen na 20000. Na samom početku simulacije se generiše jedna čestica, tj. zadaju se njeni početni parametri (m , a , e , ω). Zatim se ubacuje druga čestica. Sledeći korak je provera da li će doći do njihovog sudara, tj. da li je zadovoljen uslov da se njihove putanje seku. Ukoliko je uslov zadovoljen, dobiće se jedna čestica. Svaki put kada ubacimo neku novu česticu, proveravamo da li će se sudariti sa nekom koja postoji od ranije. Ako je odgovor potvrđan, računaju se parametri nastalog tela po jednačinama (1), (2) i (3). Potom će se proveriti da li će uslediti još neki sudar među telima koja postoje. Kada više ne postoje šanse za novi sudar, generiše se nova čestica. Program radi sve dok se ne ubace sve čestice i dok ne ostanu samo ona tela koja se neće sudarati međusobno. Algoritam simulacije je prikazan na slici 4.



Slika 4.
Algoritam simulacije

Figure 4.
Algorithm of the
simulation

Usled razlike u vrednostima početnih parametara čestica, možemo reći da su rađene simulacije za dve vrste početnih uslova. U prvom skupu simulacija smo razmatrali da sve početne čestice imaju istu masu. Ukupna masa svih čestica je skalirana na 1, tj. masa svake čestice je iznosila $m = 0.00005$. Ekscentricitet e i velika poluosa a su se generisale po raznim distribucijama, pri čemu su distribucije velike poluose bile na intervalu $[1,10]$.

U drugom skupu simulacija razmatrali smo jednu probnu česticu različite početne mase i ekscentričnosti uronjenu u ansambl preostalih čestica (sve sa istim početnim uslovima). Ekscentricitet e i veliku poluosu a prve čestice zadavali smo na početku programa. Vrednost ekscentriciteta svih ostalih čestica smo postavili na 0. Distribucije velikih poluosu ostalih čestica nisu izlazile van intervala $[1,10]$. Ovaj istraživački pravac smo razvili da bi pratili moguću evoluciju nepravilnosti u disku usled čega bi nastalo jedno krajnje telo veće od ostalih. Takve nepravilnosti uočene su u svemiru pomoću Spitzer Space Telescope-a (Frank 2005).

Rezultati i diskusija

Simulacije sa prvim tipom početnih uslova smo pokretali za razne intervale $[0, e_{\max}]$. Iz tih intervala su birane početne vrednosti ekscentriciteta čestica na uniforman slučajan način. Menjali smo gornju granicu mogućih vrednosti ekscentriciteta e_{\max} . Razmatrane vrednosti e_{\max} su bile: 1, 0.6, 0.3 i 0.15. Korišćena je uniformna slučajna raspodela za velike poluose čestica na intervalu $[1,10]$.

Pri vrednosti e_{\max} od 1, dobijeno je jedno, najmasivnije telo. Njegova masa je iznosila 0.99985 mase protoplanetarnog diska. Krajnja vrednost ekscentriciteta tog tela je bila $e = 0.431$, dok je velika poluosu njegove orbite $a = 3.91$. Primećuje se da je to telo nastalo od skoro svih čestica protoplanetarnog diska, i da je vrednost ekscentriciteta ostala velika. Za uzeto $e_{\max} = 0.6$ situacija se promenila. Nastale su tri planete, i po masi mnogo manja, tri asteroidna tela. Vrednosti krajnjih parametara svih šest proizvoda prikazane su u tabeli 1. Tela su prikazana u opadajućem redosledu po masi.

Tabela 1. Krajnji parametri tela za $e_{\max} = 0.6$

N°	ekscentricitet	masa	velika poluosu
1	0.187927	0.71785	5.941669
2	0.226482	0.23190	1.903391
3	0.269938	0.04970	3.769668
4	0.268935	0.00035	8.242329
5	0.270542	0.00015	1.148506
6	0.081609	0.00005	2.325264

Oдавde se vidi da su krajnje vrednosti ekscentriciteta planeta prilično velike. Naravno, podaci o asteroidima nisu pouzdani, jer je najveći od njih stvoren kroz šest sudara. Samim tim su njegove vrednosti u najvećoj meri određene slučajnim postupkom generisanja ekscentriciteta.

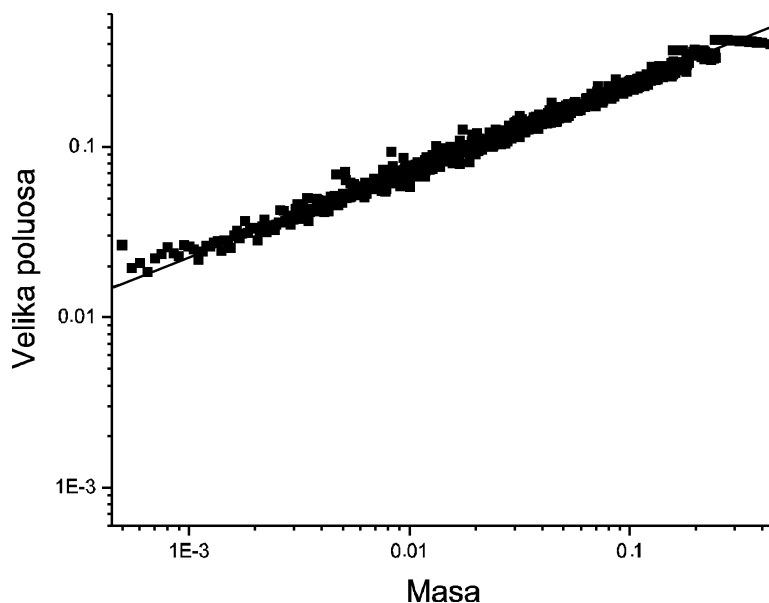
Sledeća vrednost e_{\max} za koju je pokretana simulacija jeste 0.3. Nastalo je šest planeta bliskih masa. Poslednja generisana čestica u simulaciji je sedmo dobijeno telo. U tabeli 2 su prikazane vrednosti parametara dobijenih tela.

Tabela 2. Krajnji parametri tela za $e_{\max} = 0.3$

N ^o	ekscentricitet	masa	velika poluosa
1	0.135811	0.30530	8.379363
2	0.129762	0.21710	6.245852
3	0.128481	0.18605	4.412180
4	0.126593	0.13115	2.989021
5	0.124988	0.08885	2.060745
6	0.111075	0.07150	1.325404
7	0.013081	0.00005	3.570622

Iz tabele se da primetiti da su vrednosti ekscentriciteta planeta približno jednake. Takođe se uočava i činjenica da sa opadanjem mase, opada i vrednost velike poluose, tj. najteža tela se nalaze najdalje od zvezde.

Poslednja vrednost maksimalnog ekscentriciteta e_{\max} koju smo zadavali je 0.15. Zanimala nas je zavisnost velike poluose dobijenih tela od njihove mase. Kako bismo dobili statistički tačnije rezultate, pokretali smo 100 simulacija čiji su rezultati potom usrednjavani. Dobijena zavisnost je prikazana na slici 5.

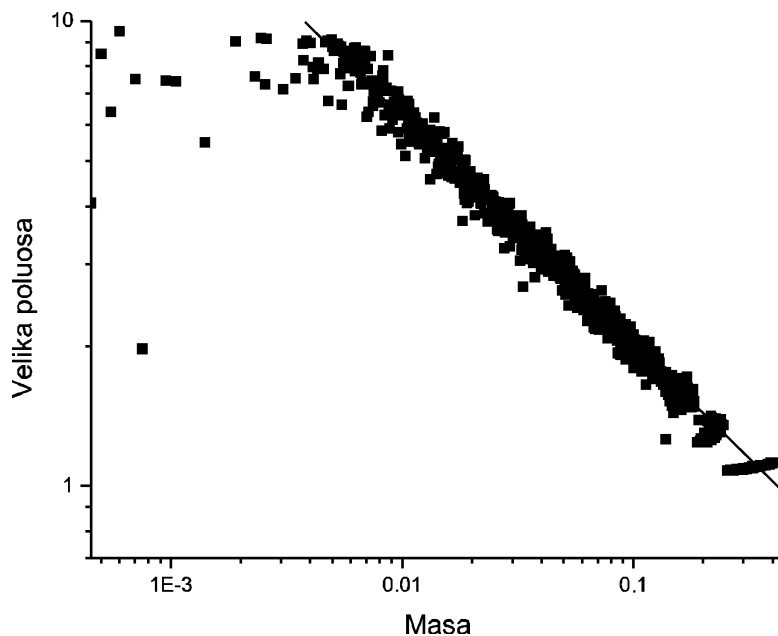


Slika 5. Zavisnost velike poluose od mase pri uniformnoj raspodeli velikih poluosa čestica. Prikazani su usrednjeni rezultati od 100 simulacija.

Figure 5. Dependence of semi-major axis from mass when the distribution of semi-major axis is uniform. Scales are log-log type. Results of 100 simulations are shown here.

Predstavljena zavisnost velike poluose od mase ima oblik $a = k m + b$, pri čemu su te konstante k i b : $k = 42.60.4$, $b = 0.290.04$. Iz toga možemo zaključiti da pri uzetoj početnoj raspodeli velikih poluosa, takvoj da je ona uniformna na intervalu $[1,10]$, dobijamo da će se najteže planete stvoriti najdalje od zvezde. Ovaj rezultat mozemo objasniti na sledeći način. Neka su u nekom trenutku izvršavanja simulacije ekscentricitet i velika poluosa nekog od tela u nastajanju e , odnosno a . Tada je moguće da se to telo sudari sa svim česticama koje će se u nekom trenutku svoga puta naći na nekoj od udaljenosti od zvezde iz intervala $[a(1 - e), a(1 + e)]$. Kako je neko telo u nastajanju što dalje od zvezde, to će taj interval biti sve veći, pa će i to telo imati više čestica sa kojim se može sudariti.

Pri istoj vrednosti e_{\max} od 0.15 ispitivali smo rezultate za još dve distribucije velikih poluosa. Pri obe te distribucije, simulaciju smo puštali 100 puta, pa smo onda usrednjavali rezultate. Sledeća početna raspodela velikih poluosa čestica koju smo koristili bila je opadajuća trougaona, tj. kreirali smo više čestica sa manjom velikom poluosom na početku simulacije. Tu raspodelu smo koristili s obzirom da je, posle uniformne distribucije velikih poluosa, sledeća po jednostavnosti. Dobijena zavisnost velike poluose od mase prikazana je na slici 6.



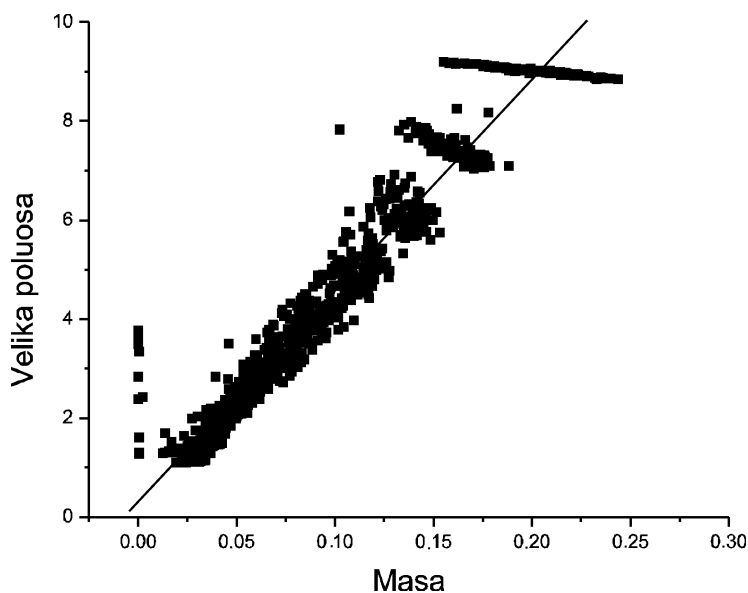
Slika 6.
Zavisnost velike poluose od mase pri trougaonoj raspodeli velikih poluosa čestica. Tip skala na grafiku je log-log. Prikazani su usrednjeni rezultati od 100 simulacija.

Figure 6.
Dependence of semi-major axis from mass when the distribution of semi-major axis is triangular type. Scales are log-log type. Results of 100 simulations are shown here.

Zavisnost prikazana na slici 6 je stepena, tj. oblika je $a = k m^b$. Konstante dobijene sa grafika k i b su: $k = 0.770.02$, $b = 0.510.03$. Sa grafika se može primetiti da su i dalje najmasivnije planete najdalje od zvezde. Ta se činjenica objašnjava time da je uticaj toga da daljim planetama pripada

veći interval $[a(1 - e), a(1 + e)]$ presudniji od uticaja većeg broja čestica bližih zvezdi.

Treća korišćena raspodela velikih poluosa čestica je stepena opadajuća, tj. opet smo generisali više čestica bližih zvezdi. Distribucija koju smo ovde koristili najviše liči na početne uslove za koje se pretpostavlja da su vladali u Sunčevom sistemu prilikom stvaranja planeta. Zavisnost velike poluose od mase pri ovoj distribuciji prikazana je na slici 7.



Slika 7.
Zavisnost velike poluose od mase pri stepenoj raspodeli velikih poluosa čestica. Tip skala na grafiku je log-log. Prikazani su usrednjeni rezultati od 100 simulacija.

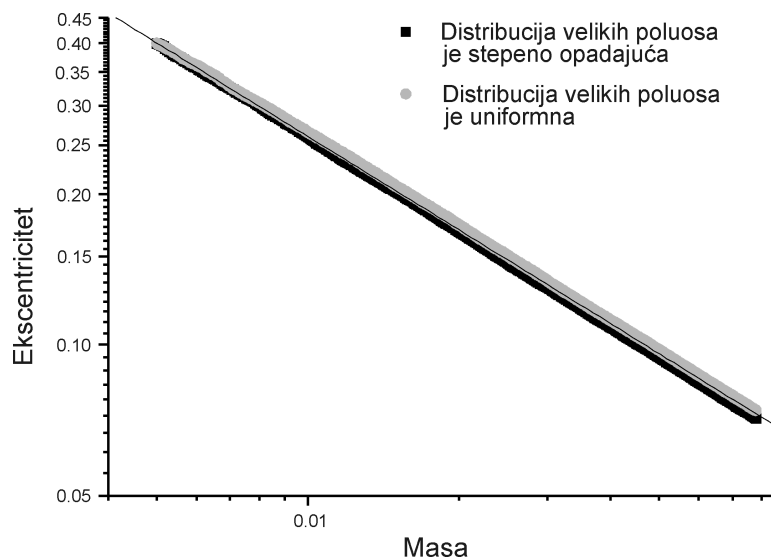
Figure 7.
Dependence of semi-major axis from mass when the distribution of semi-major axis is proportional with grade. Scales are log-log type. Results of 100 simulations are shown here.

Zavisnost prikazana na grafiku je oblika $a = k m^b$. Konstante k i b iznose: $k = 0.650.01$, $b = -0.490.01$. Sa ovog grafika se može primetiti da se najmasivnije planete nalaze najbliže zvezdi, što važi i u Sunčevom sistemu kod planeta Jupiterovog tipa. Tu pojavu možemo objasniti time da sada mnogo veći broj čestica bližih zvezdi utiče na stvaranje masivnih planeta blizu zvezde više od uticaja intervala $[a(1 - e), a(1 + e)]$ različitih širina.

Drugi tip simulacija koji smo razmatrali bio je sa početnim uslovima u kojima smo posebno izdvojili jedno (masivnije) probno telo. Putanje ostalih čestica su zadate kao kružnice, tj. vrednost njihovog ekscentriciteta je postavljena na 0. Početne parametre tog tela smo mogli proizvoljno da menjamo. Mase svih ostalih čestica u sistemu su ostale iste kao u prvom delu. Takve simulacije smo pokretali za razne distribucije velike poluose, kao i za razne vrednosti početnih parametara najmasivnijeg tela. Rezultati prikazani u ovom radu dobijeni su za vrednost mase prvog tela od $m = 0.005$, $m = 0.05$ i $m = 0.01$.

Pri ovim vrednostima masa su, iz simulacija pokretanih za iste raspodele početnih vrednosti velikih poluosa, dobijeni različiti krajnji parametri masivnog tela. Ukoliko je početna masa masivnijeg tela bila veća, to telo je na kraju simulacije imalo veću masu. Nju je stekao ne samo početnom razlikom, nego i većim brojem sudara. Usled tog većeg broja sudara sa česticama čiji je ekscentricitet 0, masivno telo na kraju simulacije ima i manju vrednost ekscentriciteta. Krajnje vrednosti velikih poluosa su približno iste za bilo koju početnu masu tih tela.

Pokretane su simulacije pri istim početnim vrednostima mase masivnijeg tela za različite distribucije velikih poluosa. Početni parametri tela su iznosili: $m = 0.005$, $a = 3$, $e = 0.4$. Korišćene su dve različite distribucije: stepeno opadajuća i uniformna na intervalu $[1,10]$. Među dobijenim rezultatima tih simulacija posmatrana je zavisnost ekscentriciteta od mase masivnog tela. Dobijeni grafici su prikazani na slici 8.



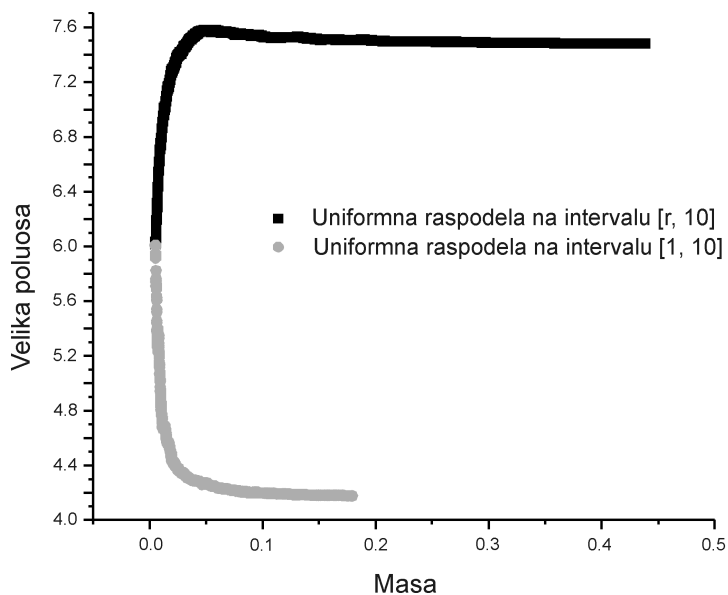
Slika 8. Zavisnost ekscentriciteta od mase masivnog tela tokom rada simulacije za dve različite distribucije. Tip skala je log-log.

Figure 8. Dependence of eccentricity from mass during the simulation for two different distributions of semi-major axis. Scales are log-log type.

Jednačine koje opisuju dobijene zavisnosti su oblika $e = k m^b$. Konstanta b ima vrednost $b = (4.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-2}$, koja ne zavisi od početnih parametara tela niti od distribucije velikih poluosa. Sa grafika se može videti da se ekscentricitet masivnog tela smanjuje sa porastom njegove mase. Ova pojava se javlja usled toga što se to telo mnogo puta sudarilo sa telima čiji je ekscentricitet bio nula. Takođe se da primetiti da vrednost mase na kraju simulacije ne zavisi od korišćene distribucije velikih poluosa.

Takođe su posmatrane zavisnosti velike poluose od mase masivnog probnog tela tokom simulacije. Menjane su distribucije velikih poluosa, pri čemu su početni parametri oba tela bili isti na početku simulacije: $m = 0.005$, $a = 6$, $e = 0.9$. Korišćene su dve distribucije: uniformna na in-

tervalu $[1,10]$, kao i uniformna na intervalu $[r,10]$, pri čemu je r početna vrednost velike poluose masivnog tela. Tako smo telu dali mogućnost da se u početku sudara samo sa česticama koje se nalaze dalje od zvezde nego ono. Dobijene zavisnosti su prikazani na slici 9.



Slika 9.
Zavisnost velike poluose od mase najmasivnijeg tela tokom simulacije.

Figure 9.
Dependence of semi-major axes from mass of the biggest body during the simulation

Sa grafika se može videti da se, pri uniformnoj distribuciji na intervalu $[1,10]$, velika poluosa tela smanjuje kako se ono sudara sa česticama. Međutim, pri drugoj korišćenoj distribuciji, vrednost velike poluose raste do određene vrednosti. Zatim polako kreće da pada dok se ne ustali na nekoj vrednosti. Pri istoj raspodeli telo se sudari više puta sa česticama, pa samim tim na kraju simulacije ima veću masu. Ograničavajući da se telo sudara samo sa česticama koje se nalaze dalje od zvezde, po jednačini (2) mi neposredno povećavamo vrednost velike poluose tog tela. Međutim, kada se jednom nađe u sredini intervala $[r,10]$, ono će imati čestice i na manjoj i na većoj udaljenosti od zvezde. Samim tim dolazi do stabilizovanja vrednosti velike poluose. Znači, može doći do pojave migracije tela, tj. do kretanja tela od ili ka zvezdi u potrazi za materijalom.

Zaključak

Razmatrali smo Monte Karlo simulaciju akrecije 20000 ekscentričnih čestica koje čine protoplanetarni disk. Čestice se spajaju na osnovu sudara njihovih orbita a ne na osnovu gravitacione perturbacije njihovog kretanja. Iz rezultata simulacija pokretanih za takve početne uslove dobijamo da broj stvorenih planeta zavisi od intervala $[0, e_{\max}]$ iz kojih se biraju počet-

ne vrednosti ekscentriciteta svih čestica. Pri većoj vrednosti e_{\max} će nastati planetarni sistem sa manjim brojem tela. Dok pri toj vrednosti od 1 nastane jedna planeta, pri vrednosti od 0.3 će nastati 6 planeta bliskih masa. Takođe, u zavisnosti od tipa distribucije velikih poluosa, velika poluosa nastalih tela zavisi od mase na različite načine. Za stepenu raspodelu velikih poluosa važi da će najmasivnija tela biti najbliže zvezdi. Ta pojava se može primetiti i kod planeta Jupiterovog tipa u Sunčevom sistemu.

Drugi skup simulacija je razmatrao akreciju sistema opisanog sa jednim masivnim probnim telom uronjenim u ansambl ostalih čestica koje imaju istu masu i ekscentricitet 0. Iz rezultata simulacija dobijenih za tu vrstu početnih uslova, mi dobijamo da krajnja vrednost ekscentriciteta masivnog tela dosta zavisi od početne vrednosti ekscentriciteta. Međutim, ta ista vrednost, kao i masa tela, ne zavise od distribucije poluprečnika orbita ostalih čestica. Ekscentricitet masivnijeg tela opada sa porastom mase. Primećena je pojava migracije planete od i ka zvezdi (zavisno od početnog položaja probne čestice u odnosu na ostale u disku).

Zahvalnost. Želeo bih da se posebno zahvalim mojim mentorima Branimiru Ackoviću i dr Aleksandru Bogojeviću, koji su me tokom celog projekta usmeravali u tokove daljeg istraživanja i nesebično pomagali. Takođe bih želeo da se zahvalim mr Antunu Balažu, takođe sa Instituta za fiziku, koji je uvek bio spreman da deli savete u vezi programerskog dela posla. Zahvalnost ide i Jeleni Grujić, vođi seminara fizike u IS Petnica, kao i svima ostalima koji su pomagali u ostvarenju ovog rada.

Literatura

- Balaž A., Belić A., Bogojević A. 2000. An Effective 1-D Model of Planetary Condensation. *Phys. Low-Dim. Struct.*, 7/8: 121.
- Frank A. 2005. How to Build a Planet. *Discover*. **402(7) : 28**
<http://vo.obspm.fr/exoplanetes/encyclo/catalog.php>

Uroš Delić

2-D simulation of formation and evolution of planets

The main purpose of this paper is to try to make a model of the existence of extrasolar planets close to the star which have big eccentricities and masses. Using the simulation, the evolution of a proto-planetary disc made out of 20000 particles which are moving around the star in circles

was observed. Collision of particles is the only way for two particles to collapse into one. We speeded up the simulation using an algorithm that creates particles one by one. Two special cases of accretion were detailed taken into consideration. In the first case, all bodies have equal masses while eccentricities and semi-major axes were given by certain distributions. In the second case, the values of eccentricity and the semi-major axis were manually given to a single body that had larger mass than the others. All of the other particles, which are added during the simulation, were moving around the star in circles. The semi-major axes of these bodies were given by different distributions.

