

## Promovisanje saradnje u mrežama

*U ovom radu ispitivano je da li će se broj učesnika koji saraduju povećavati igrajući iteriranu zatvorenikovu dilemu kada su učesnici smešteni u pravilnu mrežu. U objavljenim radovima se tvrdi da u pravilnim mrežama postoji saradnja među učesnicima kada se ispune određeni uslovi u matrici isplata zatvorenikove dileme. Takođe se tvrdi da će na odluku učesnika uticati odluka suseda koji je osvojio najviše poena u prethodnoj rundi i na taj način će se broj učesnika koji saraduju povećavati. Pomoću realnog eksperimenta ispitivane su pravilne mreže u kojima učesnici igraju iteriranu zatvorenikovu dilemu sa istim susedima u toku cele igre i pravilne mreže u kojima učesnici nakon svake runde dobijaju nove sa kojima interaguju. Korišćenjem rezultata iz realnog eksperimenta napravljeni su različiti modeli igrača. Na više načina je modelovana verovatnoća po kojoj igrači donose odluke. Ispitano je koji je model najpribližniji rezultatima realnog eksperimenta i da li u modelima broj učesnika koji saraduju raste kako se menja redni broj runde. Za razliku od dosadašnjih istraživanja, zaključeno je da pravilne mreže ne promovišu saradnju kada se ispune određeni uslovi u matrici isplata i da se učesnici pri donošenju odluka neće obazirati na odluke suseda u prethodnoj rundi.*

### Uvod

Zatvorenikova dilema (ZD) predstavlja problem u teoriji igara. Obično je objašnjena kao priča o dvojici ljudi koje je policija uhvatila i za koje nema dovoljno dokaza. Zatvorenici su odvojeni, tako da se međusobno ne mogu

dogovarati. Obojici je ponuđeno da izdaju jedan drugog, ali ni jedan od njih ne zna šta će drugi da odluči. Kada oba zatvorenika odluče da saraduju, dobijaju po tri godine zatvora. Ako oba zatvorenika odluče da izdaju jedan drugog, dobijaju po jednu godinu zatvora. Ako prvi igrač saraduje a drugi ga izda, prvi dobija pet godina zatvora, a drugi biva oslobođen i obrnuto.

U klasičnoj ZD igrači (zatvorenici) imaju mogućnost da izaberu da saraduju sa svojim partnerom (potez C) ili da izdaju svog partnera (potez D). Nakon donošenja odluke učesnicima se dodeljuju vrednosti iz matrice poena (tabela 1). Cilj svakog učesnika je da dobije što manje godina zatvora. Kako bi ZD bila definisana, potrebno je da se ispune određeni uslovi u matrici isplata tako da važi  $DC > CC > DD > CD$ . Ovaj uslov govori da je najbolje za svakog zatvorenika da izda onog drugog nezavisno od odluke drugog, jer će u oba slučaja dobiti manje godina zatvora.

Tabela 1. Matrica poena za klasičnu zatvorenikovu dilemu

		Igrač 2	
		C	D
Igrač 1	C	3.3	0.5
	D	5.0	1.1

Kada ZD učesnici igraju više puta uzastopno, njihove godine zatvora se sabiraju. Cilj svakog igrača je da skupi što manje godina zatvora. Ponavljanje ZD naziva se iterirana zatvorenikova dilema (IZD). U ovakvoj postavci ima

*Aleksa Denčevski (1998), Kraljevo, Zelena Gora 48/16 36, učenik 3. razreda Gimnazije u Čačku*

*MENTOR: dr Jelena Grujić, Al Lab, Vrije Universiteit Brussel, Belgija*

mesta za saradnju među igračima. Prilikom igranja IZD u matrici isplata postoji još jedan uslov, koji glasi  $CC > (CD+DC)/2$ . Ovaj uslov omogućava prednost uzastopne saradnje u odnosu na naizmeničnu saradnju i nesaradnju u IZD.

Mreže se sastoje iz čvorova; svaki čvor je povezan sa određenim brojem susednih čvorova. Pravilne mreže su one mreže kod kojih svi čvorovi imaju isti broj veza. Kada su igrači u pravilnoj mreži povezani su sa svojim susedom i igraju IZD tako da jedna odluka učesnika važi za sve susede sa kojima je učesnik povezan, veća je verovatnoća da će komunicirati i imati korist od svojih suseda (Rand *et al.* 2014). Kako bi se broj učesnika u mreži koji su doneli odluku C povećao, kako runde odmiču, potrebno je da se ispune određeni uslovi u matrici isplata i broja suseda sa kojima su povezani.

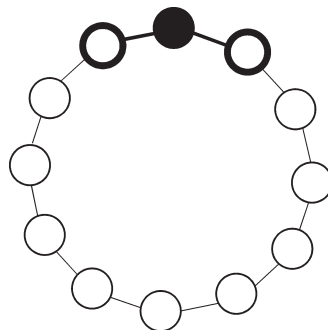
Kada se u mreži povećava broj učesnika koji donose odluku C, kako runde odmiču, kaže se da mreže promovišu saradnju. U ovom slučaju se koristi matrica isplata koja je predstavljena na način dat u tabeli 2, gde je  $b$  broj poena dobijen saradnjom od suseda,  $c$  poena koji se daju susedu za saradnju. U radu Randa i saradnika (Rand *et al.* 2014) tvrdi se da pravilne mreže promovišu saradnju kada se u matrici isplata ispuni uslov da odnos poena ( $b/c$ ) bude veći od prosečnog broja ljudi sa kojima je svaki učesnik povezan u mreži. U ovom radu je napravljena matrica (tabela 2), koja ispunjava uslove klasične ZD gde je  $b = 60$  i  $c = 20$ .

Tabela 2. Matrica poena za klasičnu zatvorenikovu dilemu sa poenima

		Igrač 2	
		C	D
Igrač 1	C	$b - c, b - c$	$-c, b$
	D	$b, -c$	$0, 0$

U ovoj definiciji, za razliku od standardne ZD, cilj svakog igrača je da skupi sto više poena.

U svakoj rundi učesnik donosi odluku da li će sarađivati sa svojim susedima ili neće, zatim se njegovi poeni računaju tako što se nezavisno za svakog suseda računaju poeni koji su osvojeni



Slika 1. Pravilna mreža sa brojem suseda ( $k = 2$ )

Figure 1. Regular network structure for  $k = 2$

igrom sa tim susedom. U ovom radu je napravljena mreža od 12 učesnika koji su međusobno povezani u krug (slika 1) sa svoja dva suseda.

## Opis eksperimenta

Po uzoru na Rand *et al.* (2014) napravljen je realan eksperiment. U eksperimentu su učestvovala 144 osobe podeljene u 12 eksperimentalnih grupa. Učesnici su igrali IZD korišćenjem matrice isplate (tabela 2). Svaki učesnik se nalazio u virtualnoj mreži povezan sa svoja dva suseda. Nije znao ko su njegovi susedi, ali kada god donese odluku, dobijao je obaveštenje šta su njegovi susedi odigrali u prethodnoj rundi i koliko su poena osvojili u istoj. Svaki učesnik je igrao 150 rundi. Runde su podeljene na tri dela u zavisnosti od suseda sa kojima su igrali. Postoje dve konfiguracije za serije rundi: u jednoj je fiksna struktura mreže, gde svaki učesnik zadržava svoje susede tokom 50 rundi (eksperiment), dok u drugoj učesnik igra takođe 50 rundi, ali nakon svake runde dobija nove susede iz mreže (kontrola).

Učesnici su bili podeljeni u dve sesije. Jedna sesija (prvih 6 eksperimentalnih grupa) je igrala raspored eksperiment, kontrola, eksperiment, dok je druga sesija (drugih 6 eksperimentalnih grupa) igrala raspored kontrola, eksperiment, kontrola. Učesnici ni u jednom trenutku nisu znali redni broj runde u kojoj se nalaze. Korišćen je softver (Grujić 2012), koji je izmenjen za potrebe ovog istraživanja. Na početku eksperimenta

učesnici su dobili objašnjenje igre, sa pitanjima kako bi bili sigurni da su shvatili način igre. Takođe su imali pisanu verziju objašnjenja koju su mogli da koriste u bilo kom trenutku igre. Učesnici su mogli da izaberu dva dugmeta: plavo (saradnja) i narandžasto (nesaradnja). Prema već rađenim eksperimentima ovog tipa procenjeno je da je 30 sekundi vreme koje je dovoljno da učesnici donesu odluku, odnosno izaberu plavo ili narandžasto dugme. Nakon toga softver donosi nasumično odluku umesto učesnika. Učesnik u sledećoj rundi nastavlja igru bez ikakvih posledica. Nakon svake runde učesnici su dobijali obaveštenja koliko su poena osvojili, šta su njihovi susedi odlučili u prethodnoj rundi i koliko su poena oni osvojili. Učesnici su bili informisani kada kreće ciklus od novih 50 rundi i objašnjenje tog dela (da li im susedi ostaju isti posle svake runde ili se nasumično menjaju). Ni u jednom trenutku učesnicima nije nagoveštavano da se radi o zatvorenikovo dilemi, već je eksperiment nazvan računarskom igricom. Učesnici su bili motivisani određenim nagradama da igraju. Na kraju eksperimenta trebalo je da učesnici odgovore na određena pitanja kako bismo sa sigurnošću znali da odluke nisu donosili nasumično i da nisu znali o kojoj se igri radi. Iz softvera su dobijane informacije o tome koje su učesnici odluke donosili, koliko su poena osvojili, sa kojim susedima su bili povezani u svakoj rundi i koliko je puta softver doneo odluku umesto njihovih. Analizom podataka koji su dobijeni u realnom eksperimentu može se proveriti da li mreže promovisu saradnju.

## Simulacije

U simulacijama su korišćene mreže sa 12 čvorova (učesnika) spojenih u krug, broj suseda sa kojima je svaki učesnik povezan je dva (mreža poseduje iste osobine kao i virtuelna mreža u realnom eksperimentu). U prvoj rundi se svakom učesniku dodeljuje strategija da saraduje ili ne sa verovatnošću 50%. Odluka u svakoj sledećoj rundi donosi se na osnovu verovatnoće koja je dobijena na različite načine i tipična je za svaki model. Svaki učesnik u mreži igra iteriranu zatvorenikovu dilemu 100 rundi. Smatra se da je to dovoljno da sistem postane ustaljen. Stepenn saradnje u svakoj rundi predstavlja odnos učesnika

koji su saradivali (igrali C) podeljen sa ukupnim brojem učesnika u toj rundi. Kada učesnici odigraju 100 rundi, generiše se nova mreža (svakom učesniku su dodeljeni novi susedi iz mreže). Ukupan stepenn saradnje u svakoj rundi je usrednjen broj saradnji u 1000 novonastalih mreža za svaku rundu. Opisani su različiti modeli: Unconditional imitation, Fermi rule, Moody CC i Simulacija D.

## Unconditional imitation

U ovom modelu učesnik prelazi na odluku suseda koji je u prethodnoj rundi osvojio najviše poena. Pored toga se pretpostavlja da su neke odluke donešene nasumično, pa verovatnoća odstupanja od modela opada u zavisnosti od broja rundi. U ovom modelu verovatnoća prelaska na odluku najboljeg suseda je (Grujić 2012):

$$P(A \rightarrow B)(\Delta\pi) = \mu\tau^{t-1} + (1 - 2\mu\tau^{t-1})\theta(\Delta\pi)$$

gde je  $P(A \rightarrow B)$  verovatnoća da će učesnik preći na strategiju najboljeg suseda,  $t$  redni broj runde. Razlika isplata poena učesnika i suseda u rundi je  $\Delta\pi$ .  $\theta(\Delta\pi)$  predstavlja Hevisajdovu funkciju koja ima vrednost 1 ako je razlika isplata poena učesnika i suseda veća od nule, a za vrednosti manje ili jednake nuli ima vrednost nula. Parametar  $\mu$  predstavlja stepenn mutacije, dok  $\tau$  označava koeficijent raspadanja. Oba parametra su dobijena analizom rezultata iz realnog eksperimenta. Parametar  $\tau$  je dobijen iz relacije (Grujić 2012):

$$C(t) = (C(1) + s\Delta C(1))(\tau + s\Delta\tau)^{t-1}$$

gde je  $t$  redni broj runde,  $C(t)$  stepenn saradnje u rundi  $t$ ,  $C(1)$  stepenn saradnje u prvoj rundi,  $\Delta C(1)$  je razlika stepena saradnje u eksperimentu i kontroli u prvoj rundi,  $\Delta\tau$  razlika koeficijenta raspadanja u eksperimentu i kontroli. Vrednost parametra  $s$  je u eksperimentu bila 1, a u kontroli 0. Parametar  $\mu$  je dobijen iz relacije mutacija.

Verovatnoća mutacije u rundi:

$$M(t) = (\mu + s\Delta\mu)(\tau + s\Delta\tau)^{t-1}$$

gde je  $t$  redni broj runde,  $M(t)$  verovatnoća mutacije u rundi  $t$ ,  $\Delta\mu$  razlika stepena mutacije u eksperimentu i kontroli. Vrednost parametra  $s$  je u eksperimentu bila 1, a u kontroli 0. Verovatnoća mutacije  $M(t)$  predstavlja verovatnoću da će učesnik promeniti svoju odluku u odnosu na

odluku iz prethodne runde. Uslov za promenu odluke su odluke njegovih suseda u prethodnoj rundi. Ako je bar polovina suseda u prethodnoj rundi donela suprotnu odluku od odluke učesnika u prethodnoj rundi, učesnik će u sledećoj rundi promeniti svoju odluku.

## Fermi rule

U ovom modelu učesnik menja strategiju u odnosu na onu iz prethodne runde. Učesnik prelazi na drugu strategiju ako je u prethodnoj rundi imao suseda koji je igrao suprotnu strategiju. Verovatnoća da će učesnik promeniti strategiju zavisi od razlike isplate učesnika i njegovog suseda koji je igrao suprotnu strategiju i imao je najveću razliku poena u odnosu na učesnika. Ako učesnik u prethodnoj rundi nije imao suseda koji je igrao suprotnu strategiju, donosi se nasumična odluka. Verovatnoća promene strategije opada u zavisnosti od rednog broja rundi ako ne postoji sused koji je u prethodnoj rundi imao suprotnu strategiju. U ovom modelu verovatnoća promene prelaska na strategiju suseda koji ima najveću isplatnu razliku je (Grujić 2012):

$$P_{C \leftrightarrow D}(\Delta\pi) = \mu\tau^{-1} + (1 - 2\mu\tau^{-1}) \cdot \frac{1}{1 + \exp(-\beta\Delta\pi + \alpha)}$$

Parametri  $\mu$  (stepen mutacija) i  $\tau$  (koeficijent raspada) analizirani su u prethodnom modelu. Parametri  $\alpha$  i  $\beta$  predstavljaju koeficijente promene strategije, dobijeni su analizom rezultata iz realnog eksperimenta. Dobijeni su iz relacije (Grujić 2012):

$$P_{C \leftrightarrow D}(\Delta\pi, s) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha + s\Delta\alpha + \beta\Delta\pi + s\Delta\beta\Delta\pi)}$$

gde je  $P_{C \leftrightarrow D}(\Delta\pi, s)$  verovatnoća promene strategije u sledećoj rundi koja zavisi od razlike poena ( $\Delta\pi = \pi_u - \pi_s$ ) koje je učesnik osvojio u prethodnoj rundi ( $\pi_u$ ) i poena koje je osvojio sused ( $\pi_s$ ) koji je imao suprotnu strategiju u prethodnoj rundi u odnosu na učesnika i najviše osvojenih poena u prethodnoj rundi. Parametar  $s$  ima vrednost 0 za eksperiment i 1 za kontrolu.

## Moody CC

U ovom modelu verovatnoća saradnje zavisi od broja suseda koji su u prethodnoj rundi saradivali i odluke učesnika. Posebno se posmatraju

verovatnoće u zavisnosti od toga da li je učesnik u prethodnoj rundi igrao C ili D. Odluka u svakoj sledećoj rundi zavisi samo od odluke učesnika i njegovih suseda samo u prethodnoj rundi. Verovatnoća se dobija prebrojavanjem situacija u jednoj sesiji, zatim se prebrojava koliko je učesnika saradivalo u sledećoj rundi u zavisnosti od situacije u kojoj se našao u prethodnoj rundi. Za razliku od prethodnih modela, u ovom modelu broj poena koji su učesnici osvojili u prethodnoj rundi ne utiče na verovatnoću saradnje u sledećoj rundi.

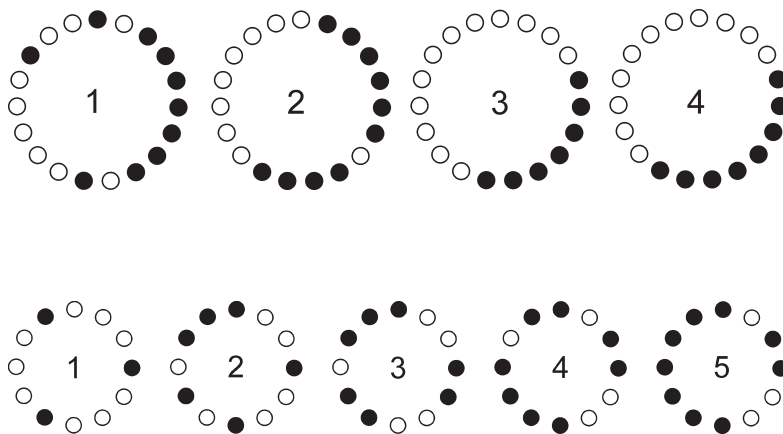
## Simulacija D

Verovatnoća odluke u sledećoj rundi zavisi od osvojenih poena učesnika i njegovih suseda u prethodnoj rundi. Realna stanja igre se dobijaju kao količnik ukupnih poena koje su učesnici sa svojim susedima osvojili i poena koji su dobijeni saradnjom (uzimaju se samo poeni učesnika i suseda koji su saradivali, tj. igrali C u toj rundi). Dobija se 18 stanja igre, koja se kasnije svode na 10 zbog postojanja stanja koja imaju istu vrednost i stanja čije su vrednosti približne. U narednim rundama verovatnoća saradnje zavisi samo od realnog stanja u prethodnoj rundi. Svaki učesnik se u svakoj rundi mora naći u nekom od stanja igre. Posmatra se koliko su puta učesnici saradivali u sledećoj rundi nakon stanja u kome su se našli u prethodnoj rundi. Na taj način se dobija verovatnoća da će učesnik saradivati u sledećoj rundi u zavisnosti od stanja igre u kojem se našao u prethodnoj rundi.

## Rezultati eksperimenta

Učesnici će imitirati odluke svojih suseda koji su osvojili najviše poena u prethodnoj rundi (Rand *et al.* 2014) i na taj način će ovakve mreže promovisati saradnju kada su učesnici u fiksnim mrežama (slika 2). Takođe se navodi da će se učesnici ugledati na suseda koji je u prethodnoj rundi osvojio najviše poena i u sledećoj rundi doneti odluku koja je ista kao njegova.

Na slici 2 je prikazana pravilna mreža, u kojoj su učesnici povezani sa svoja dva suseda i igraju IZD. Beli čvorovi označavaju učesnike koji su saradivali (izabrali C), dok crni označavaju učesnike koji nisu saradivali (izabrali D). Prikazan



Slika 2. Promovisanje saradnje u pravilnoj mreži (Rand *et al.* 2014)

Figure 2. Promotion of cooperation in a regular network (Rand *et al.* 2014)

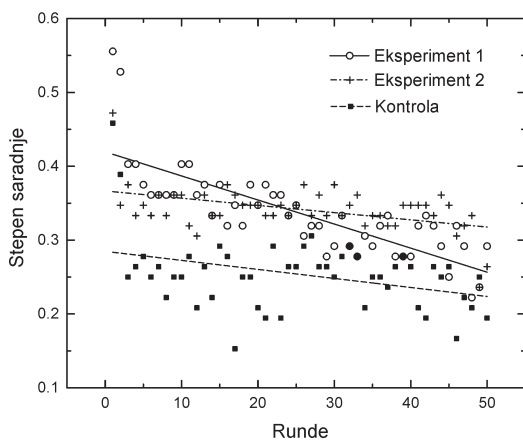
Slika 3. Promovisanje saradnje u pravilnoj mreži u realnom eksperimentu

Figure 3. Promotion of cooperation in a regular network in a real experiment

je deo eksperimenta gde se vidi da kako se broj rundi menja, broj učesnika koji su međusobno saradivali raste. Na slici 3 je prikazana vizuelizacija dela odluka učesnika u realnom eksperimentu. Beli čvorovi označavaju učesnike koji su saradivali, dok crni označavaju one koji nisu sa-

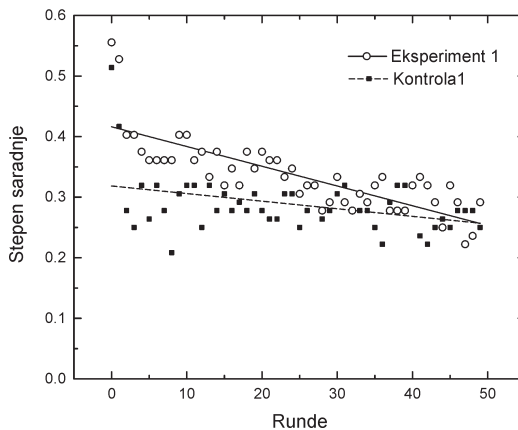
radivali. Sa slike se jasno može uočiti da u ovom delu eksperimenta kako se broj rundi menja, broj učesnika koji saraduju opada.

Na slici 4 prikazani su rezultati realnih eksperimenata za prvu sesiju učesnika (eksperiment, kontrola, eksperiment). Ovaj grafik prikazuje da stepen saradnje opada bez obzira na to da li učesnici imaju fiksne susede ili dobijaju nove susede nakon svake runde.



Slika 4. Stepenn saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi u prvoj sesiji eksperimenta sa rasporedom (eksperiment, kontrola, eksperiment). Vrednosti koeficijenta pravca za fitovane stepene saradnje su  $k_{\text{exp1}} = -0.0033(6)$ ,  $k_{\text{exp2}} = -0.010(2)$  i  $k_{\text{kont}} = -0.0012(5)$ .

Figure 4. Fraction of cooperators in each round of the three parts of the experiment (experiment, control, experiment). Direction coefficient values for the fitted degrees of cooperation are  $k_{\text{exp1}} = -0.0033(6)$ ,  $k_{\text{exp2}} = -0.010(2)$  and  $k_{\text{kont}} = -0.0012(5)$ .



Slika 5. Stepenn saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi (eksperimenta 1 u prvoj sesiji učesnika i kontrola 1 u drugoj sesiji učesnika)

Figure 5. Fraction of cooperators in every round of the two parts of the experiment (experiment 1, control 1)

Na slici 5 prikazani su rezultati realnih eksperimenata za eksperiment 1 prve sesije i kontrolu 1 druge sesije. Ovaj grafik prikazuje da ne postoje jasne razlike između eksperimenta i kontrole. Takođe, raspored učesnika unutar sesije ne utiče na stepen saradnje unutar mreže.

Analiziranjem grafika i korišćenjem odgovarajuće formule (navesti formulu) dobijen je koeficijent raspada ( $\tau$ ). Vrednosti parametra  $\tau$  za eksperiment je  $\tau = 0.974 \pm 0.003$  i za kontrolu  $\tau = 0.978 \pm 0.004$ . Vrednost parametra  $\tau$  je očekivana, interval parametra se preklapa sa intervalom ovog parametra u referentnom radu (Grujić 2012). U tom radu se takođe ukazuje da mreže ne promovišu saradnju, odnosno da broj učesnika koji su saradivali opada u funkciji rundi.

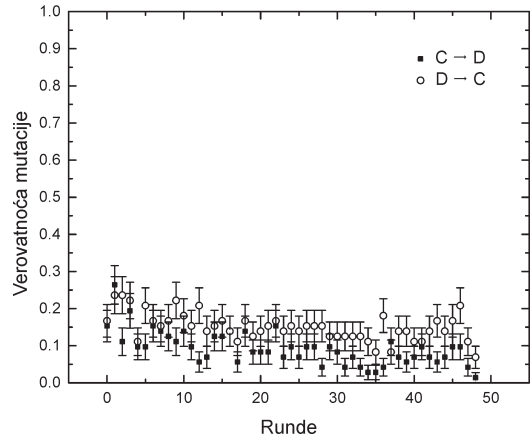
U tabeli 3 data je verovatnoća da će učesnici saradivati u zavisnosti od broja suseda koji su saradivali u prethodnoj rundi i odluke učesnika u prethodnoj rundi. Greške verovatnoće predstavljaju standardnu devijaciju  $\sqrt{p(1-p)/n}$ , gde je  $n$  broj nekog od mogućih stanja.

Tabela 3. Verovatnoća da će učesnik saradivati u zavisnosti od odluke suseda i učesnika u prethodnoj rundi.

Učesnik	Broj suseda koji su saradivali		
	0	1	2
C	$0.315 \pm 0.014$	$0.282 \pm 0.014$	$0.067 \pm 0.016$
D	$0.159 \pm 0.015$	$0.128 \pm 0.016$	$0.049 \pm 0.016$

Jasno se uočava da ako su oba suseda u prethodnoj rundi saradivala, verovatnoća da će učesnik u sledećoj rundi saradivati je mala, bez obzira da li je u prethodnoj rundi saradivao ili ne. Odatve se jasno vidi da ovakve mreže ne promovišu saradnju (broj suseda koji su saradivali opada) i da će učesnik u sledećoj rundi sa malom verovatnoćom saradivati, jer nesaradnjom sa dva suseda koji saraduju ima veću korist (120 poena) nego kada saraduje sa oba (80 poena).

Sa slike 6 uočava se da je verovatnoća promene strategije po uzoru na odluke suseda u prethodnoj rundi manja od verovatnoće da će



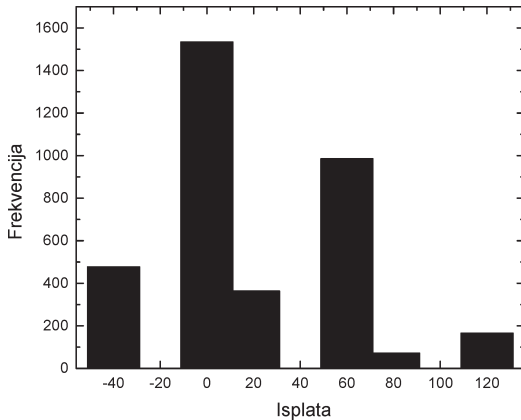
Slika 6. Verovatnoća da će učesnici da promene svoju odluku u odnosu na prethodnu rundu ako je barem jedan sused u prethodnoj rundi igrao suprotnu odluku od odluke učesnika

Figure 6. The probability that the participants will change their decision from that in the previous round if at least one neighbor in the previous round played a contrary decision

ponoviti sopstvenu odluku u prethodnoj rundi. Analiziranjem grafika dobija se relacija mutacije ( $\mu$ ) za pojedinačne delove eksperimenta. Vrednost parametra  $\mu$  za eksperiment je  $\mu = 0.123 \pm 0.011$  i za kontrolu  $\mu = 0.089 \pm 0.005$ . Relacija mutacije ( $\mu$ ) je manja u odnosu na referentni rad (Grujić 2012). Ovo se može objasniti time što je broj suseda sa kojima je svaki učesnik povezan veći (svaki učesnik povezan je sa 8 suseda). Tako je i verovatnoća promene strategije u odnosu na prethodnu rundu veća, jer je barem polovina suseda potrebna za promenu strategija. U ovom eksperimentu, da bi učesnik promenio strategiju, potrebno je da barem jedan sused saraduje.

Uočava se da je dominantno stanje isplata 0 poena (slika 7), odnosno stanje kada učesnici sa svojim susedima ne saraduju, što ukazuje na to da pravilne mreže ne promovišu saradnju ako se ispune uslovi u matrici isplata poena (Rand *et al.* 2014). Takođe, stanje koje je najmanje zastupljeno je stanje (80 poena) kada učesnici sa svojim susedima saraduju.

Tabela 4 prikazuje verovatnoću da će učesnik saradivati u zavisnosti od stanja u kom se našao u prethodnoj rundi. Moguća stanja u kojoj se uče-



Slika 7. Histogram isplata za deo eksperimenta

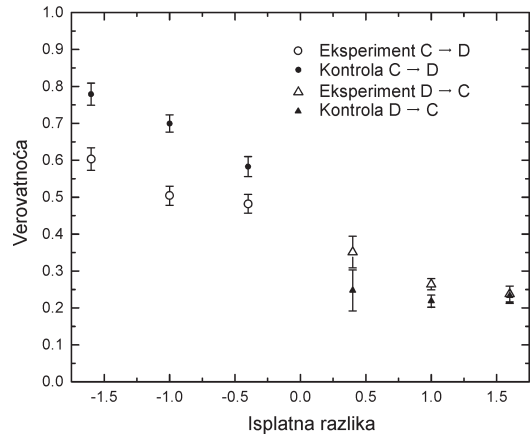
Figure 7. Histogram of payoffs for parts of the experiment

snik može naći zavisi od suseda, odnosno njihovih poena, i poena učesnika u prethodnoj rundi. Postoji 18 mogućih stanja u kojima se svaki učesnik može naći. Stanja predstavljaju količnik ukupnih poena suseda i učesnika i poena koje su oni dobili saradnjom (ako su igrali C uzimaju se njihovi poeni, ako su igrali D, njihovi poeni su jednaki 0). Uz svaku verovatnoću nalazi se standardna devijacija  $\sqrt{p(1-p)/n}$ , gde je  $n$  broj nekog od mogućih stanja u delu eksperimenta, a  $p$  verovatnoća stanja.

Tabela 4. Verovatnoća saradnje u narednoj rundi u zavisnosti od stanja u kome se našao učesnik u prethodnoj rundi

Stanje	Verovatnoća	Stanje	Verovatnoća
2.0	$0.65 \pm 0.03$	0.25	$0.65 \pm 0.02$
-0.5	$0.66 \pm 0.02$	0.4	$0.60 \pm 0.03$
-0.29	$0.65 \pm 0.03$	0.45	$0.66 \pm 0.04$
-0.2	$0.69 \pm 0.04$	0.63	$0.59 \pm 0.06$
0	$0.71 \pm 0.01$	1.0	$0.62 \pm 0.04$

Isplatna razlika predstavlja razliku poena koje je osvojio učesnik u prethodnoj rundi i poena suseda koji je osvojio najviše a ima suprotnu strategiju. Sa slike 8 se može uočiti da je vero-



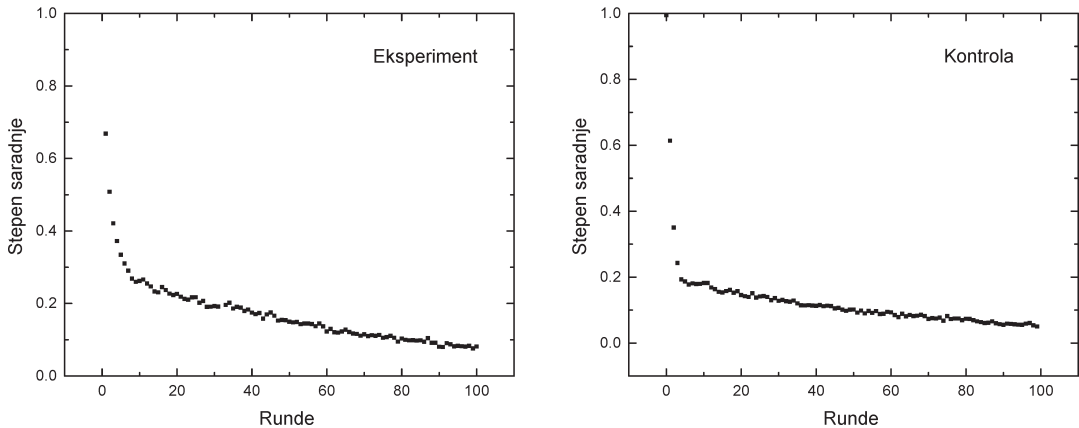
Slika 8. Verovatnoća promene strategije u zavisnosti od isplatne razlike između učesnika i suseda koji je igrao suprotnu strategiju i osvojio najviše poena u prethodnoj rundi

Figure 8. The probability of a change of strategy depending on the payout difference between the participant and the neighbor who played a contrary strategy and won the highest amount of points in the previous round

vatnoća da učesnik promeni strategiju iz C u D velika u odnosu na verovatnoću da će učesnik da ostane pri strategiji iz prethodne runde (D) i u kontroli i u eksperimentu. Dakle, sa grafika se može uočiti da učesnici prelaze sa strategije C na strategiju D sa velikom verovatnoćom, što ukazuje da će stepen saradnje u narednim rundama biti manji, jer je verovatnoća promene strategije iz D u C znatno manja. Uz svaku verovatnoću nalazi se standardna devijacija. Analiziranjem grafika dobijeni su parametri  $\alpha$  i  $\beta$  koji imaju vrednosti  $\alpha = 0.307 \pm 0.065$ ,  $\beta = 0.285 \pm 0.033$  za eksperiment, i  $\alpha = 0.296 \pm 0.063$ ,  $\beta = 0.149 \pm 0.017$  za kontrolu. Na vrednosti utiče vrsta mreže i broj suseda sa kojima je svaki učesnik povezan, jer veći broj suseda omogućava veći broj različitih isplatnih razlika.

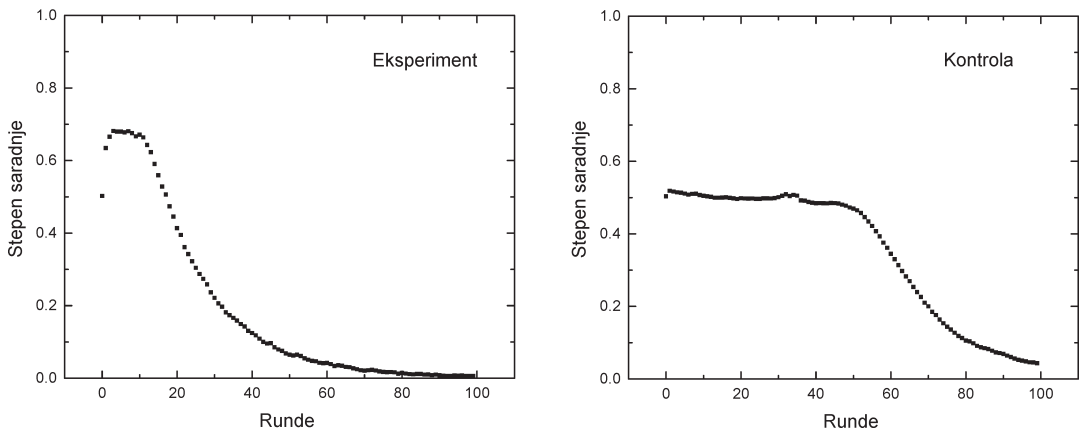
## Rezultati simulacija

Korišćenjem parametara realnog eksperimenta u modelima koji su već navedeni, dobijeni su rezultati iz svake simulacije za kontrolu i eks-



Slika 9. Stepen saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi za eksperiment (levo) i kontrolu (desno) korišćenjem modela Unconditional imitation

Figure 9. The degree of cooperation depending on the ordinal number of round for the experiment (left) and control (right) using the Unconditional imitation model



Slika 10. Stepen saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi za eksperiment (levo) i kontrolu (desno) korišćenjem modela Fermi rule

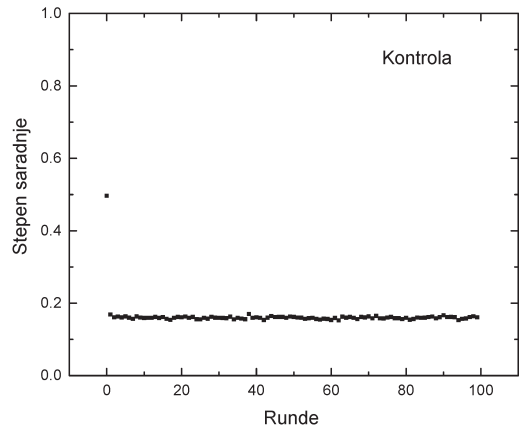
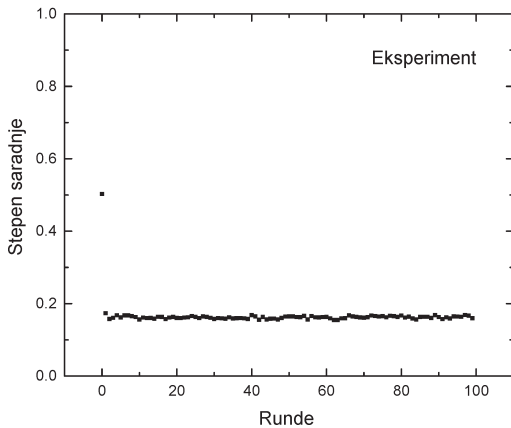
Figure 10. The degree of cooperation depending on the ordinal number of round for the experiment (left) and control (right) using the Fermi rule model

periment. Prikazani su grafici stepena saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi.

**Unconditional imitation.** Sa grafikona na slici 9 može se videti da broj učesnika koji saraduju opada kada se broj rundi povećava. Uočava se jasna razlika između eksperimenta i kontrole. Stepen saradnje koji na ovakav način opada je očekivan, što potvrđuje i referentni rad (Grujić 2012).

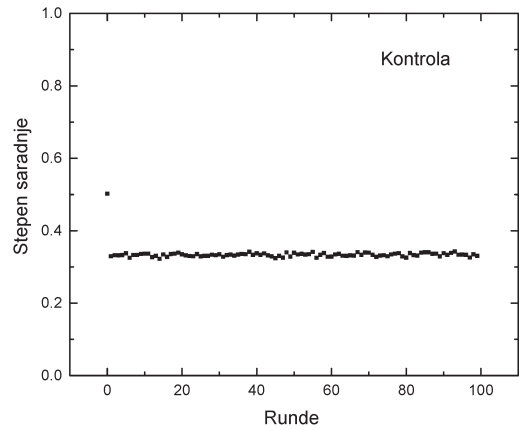
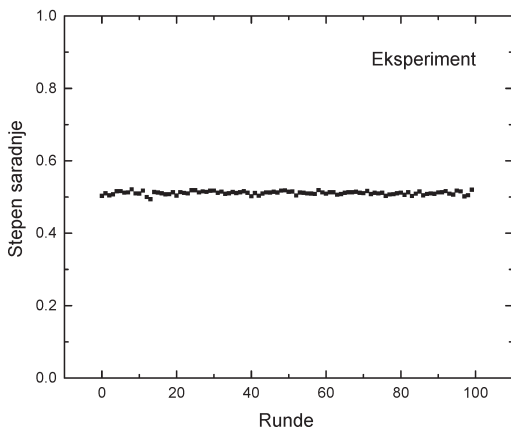
**Fermi rule.** Stepen saradnje u odnosu na redni broj runde se značajno razlikuje u eksperimentu i kontroli (slika 10). Ovakvo ponašanje kontrolnog dela značajno se razlikuje u odnosu na referentni rad (Grujić 2012). Razlika između kontrole i eksperimenta govori o različitim vrednostima parametara  $\alpha$  i  $\beta$  u odnosu na navedeni





Slika 11. Stepen saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi za eksperiment (levo) i kontrolu (desno) korišćenjem modela Moody CC

Figure 11. The degree of cooperation depending on the ordinal number of round for the experiment (left) and control (right) using the Moody CC model



Slika 12. Stepen saradnje u zavisnosti od rednog broja rundi korišćenjem simulacije D za eksperiment (levo) i kontrolu (desno)

Figure 12. The degree of cooperation depending on the ordinal number of round for the experiment (left) and control (right) using the Simulation D model

rad u kome se konstrukcija mreže značajno razlikuje.

**Moody CC.** Sa grafikâ na slici 11 može se videti da je broj saradnji tokom rundi približno isti. Ovakvi rezultati su očekivani, što potvrđuje referentni rad (Grujić 2012).

**Simulacija D.** Sa grafikona na slici 12 može se videti da je broj saradnji približno isti u svakoj rundi.

## Zaključak

U ovom radu ispitivano je da li se broj saradnji unutar pravilne mreže povećava kada se ispune određeni uslovi u matrici isplata zatvorenikove dileme. Dobijeno je da, kada se nađu u pravilnim mrežama i igraju iteriranu zatvorenikovu dilemu pod određenim uslovima mreže, učesnici neće promovisati saradnju, bez obzira da li u toku igre imaju iste susede ili im se susedi menjaju nakon svake donešene odluke. Na različite načine analizirani su rezultati realnog eksperimenta, odakle se može videti da broj saradnji opada kako se redni broj runde povećava. Takođe se može uočiti da na konačnu odluku učesnika tokom runde neće uticati uspeh njegovih suseda (slika 6).

U radu su ispitivani i različiti modeli pomoću kojih se može opisati realno stanje u mreži sa različitim aspektata: Unconditional imitation, Fermi rule, Moody CC i Simulacija D. Cilj simulacija bio je da se ispita koji model najpribližnije opisuje realno stanje u eksperimentu. Iz prikazanih rezultata vidi se da Simulacija D najpribližnije opisuje stanje ovakve mreže sa argumentom da postoji konačan broj stanja u kojima se učesnik može naći i da je za svako stanje dobijena verovatnoća koja predstavlja verovatnoću saradnje u Simulaciji D. Razlog uspešnosti ove simulacije u odnosu na ostale je veliki broj stanja sistema u odnosu na sisteme u kojima se javljaju funkcije kod kojih verovatnoća zavisi od razlike poena (Unconditional imitation) i verovatnoća saradnje lako teži nuli ako je razlika poena negativna. Takođe, Simulacija D je uspešnija u odnosu na simulaciju (Moody CC) u kojoj se broj poena ne uzima kao član koji određuje verovatnoću igre, već je samo bitna odluka suseda u prethodnoj rundi (koliko je njih saradivalo). Uspešnost simulacije D u odnosu na simulaciju Fermi rule ogleda se broju stanja koji opisuje igru. Fermi rule koristi isplatu razliku učesnika i najboljeg suseda kao motiv za promenu strategije, a takvih stanja u mreži sa 2 suseda ima 6, dok se stabilna stanja koja su opisana u simulaciji D odnose na bilo koju moguću situaciju u toku igre.

Istraživanje se može nastaviti ispitivanjem dinamike ovakvog sistema, odnosno ispitivanjem broja saradnji u rundama kada se broj čla-

nova mreže povećava i kada se broj suseda u mreži povećava. Simulacije su optimizovane na taj način da je moguće napraviti pravilnu mrežu sa bilo kojim brojem učesnika i bilo kojim brojem suseda, pa je moguće ispitivati mreže u kojima učesnici imaju iste susede u svakoj rundi ili da nakon svake runde dobiju nove susede.

**Zahvalnost.** Zahvaljujem se svojoj mentorki dr Jeleni Grujić sa Vrije Univerziteta u Briselu, rukovodiocu seminara fizike Vladanu Pavloviću, kao i svim saradnicima fizike u Istraživačkoj stanici Petnica, na korisnim savetima i pruženoj pomoći.

---

## Literatura

Grujić J. 2012. Models of social behaviour based on game theory. PhD thesis, Charles III University of Madrid, Department of Mathematics, Leganés, Madrid, Španija. Dostupno na: [http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/16157/tesis\\_jelena\\_grujic\\_2012.pdf?sequence=1](http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/16157/tesis_jelena_grujic_2012.pdf?sequence=1)

Grujić J., Fosco C., Araujo L., Cuesta J. A., Sanchez A. 2010. Social experiments in the mesoscale: Humans playing a spatial Prisoner's Dilemma. *PLoS ONE*, **5**: e13749.

Rand D. G., Nowak M. A., Fowler J. H., Christakis N. A. 2014. Static network structure can stabilize human cooperation. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America (PNAS)*, **111** (48): 17093.

---

*Aleksa Denčevski*

## Promotion of Cooperation in Networks

The aim of this paper is to determine whether the number of participants who cooperate in the iterated prisoner's dilemma game increases with every round when the participants are located in a regular net. So far, in some of the published

projects in this field, it has been claimed that in regular nets there is cooperation between participants when certain conditions are met in a payoff matrix of the prisoner's dilemma. It has also been claimed that the participant's decision is affected by the decision of the neighbor who won the most points in the previous round and in that way the number of participants who cooperate will increase. Using a real experiment, regular nets where the participants play the iterated prisoner's dilemma with the same neighbors during the whole game and regular nets where participants get new neighbors after each round, and interact with them, were studied. Based on the results from the experiment, different player models were made. The probability for the player making a certain decision was modelled in different ways. It was then studied which model is closest to the results of the real experiment and whether the number of cooperating participants increases as the ordinal number of the round is changed. Contrary to previous research, it has been concluded that regular nets do not promote cooperation when certain conditions are met in the payoff matrix and that, when making a decision, participants do not pay attention to the decisions of their neighbors in the previous round. 