
Emilija Đorđević

Ispitivanje zavisnosti brzine uljeza u granularnom sistemu pod uticajem horizontalnih vibracija od parametara sistema

Ispitivan je efekat brazilskog oraha, pojava da se pod uticajem vibracija veće granule kreću ka vrhu granularne smeše, kao i inverzan efekat brazilskog oraha, koji se dešava kada veće granule tonu. Eksperimenti su rađeni pri horizontalnim vibracijama posuda čije su širine približno jednake prečniku kuglica, kao manjih granula, kako bi ispitivani granularni sistemi bili dvodimenzionalni. Sa snimaka je određivana srednja brzina kojom se veći disk (uljez) kreće kroz smešu. Ispitivan je uticaj frekvencije vibracija posuda, odnosa gustina manjih granula i uljeza, kao i prečnika uljeza koji tone na pojavu efekta. Posmatrano je i kretanje granula u smeši dve vrste granula koje se razlikuju po veličini, kao i kretanje uljeza u takvoj smeši. Dobijeno je da pri horizontalnim vibracijama posude srednja brzina uljeza na isti način zavisi od odnosa gustina manjih granula i uljeza, kao i pri vertikalnim (Hou i Shi 2003), i to srazmerno korenu tog odnosa. Zavisnosti od frekvencije i od prečnika uljeza koji tone se razlikuju u odnosu na vertikalne vibracije. Sa porastom frekvencije, brzina kretanja uljeza opada. Povećanjem prečnika kod uljeza koji tonu, brzina se prvo povećava do određene vrednosti prečnika, a nakon toga postaje obrnuto srazmerna veličini prečnika. Na osnovu posmatranja smeše sa dve vrste granula može se zaključiti da je bitan faktor za nastajanje ispitivanog efekta konvekcija, a ako se u takvoj smeši nalazi i uljez, njegova brzina opada sa povećanjem broja većih granula u sudu.

Uvod

Granularni materijali predstavljaju skup makroskopskih čestica čija je glavna odlika gubitak energije pri sudaru. Prilikom interakcije među granulama njihova kinetička energija prelazi u toplotnu usled trenja i neelastičnosti sudara, a na sistem ne utiče promena spoljašnje temperature. Zbog toga se ne mogu svrstati ni među fluide, ni među čvrsta tela. Kod ovih materijala primećeni su mnogi specifični fenomeni koji se dešavaju pod uticajem vibracije, rotacije i sl. Njihovo istraživanje je važno jer mnogi

Emilija Đorđević
(2000), Smederevo,
Miloša Velikog 20/13,
učenica 3. razreda
Gimnazije u Smederevu

MENTOR: Ognjen
Stanisavljević, student
Fizičkog fakulteta
Univerziteta u
Beogradu

proizvodi prehrambene, farmaceutske i građevinske industrije imaju oblik granularnog materijala. Poznavanje ovih materijala može da unapredi mnoge postupke i pomogne u upoznavanju i predviđanju mnogih procesa koji se dešavaju u prirodi.

Za razliku od fluida kod kojih se onaj manje gustine uvek nalazi iznad onog koji ima veću gustinu, dominantan faktor koji utiče na to kako će se čestice u granularnoj smeši rasporediti jeste njihova veličina. Naime, veće čestice u granularnim smešama se pod uticajem vibracija podižu do vrha, a često iste imaju veću gustinu od čestica koje ostaju ispod njih. Ova pojava se naziva efekat brazilskog oraha (Brazil nut effect). Ipak, pod nekim uslovima, događa se da krupnije čestice pod uticajem vibracija potonu, što predstavlja inverzni efekat brazilskog oraha (Reverse Brazil nut effect).

Jedan od načina na koji se efekat može objasniti jeste težnja sitnijih čestica da popune prostor ispod krupnije usled kretanja posude u kojoj se nalaze. To padanje manjih granula ispod veće (uljeza) dovodi do toga da se veća nađe na vrhu granularne smeše (Prinz *et al.* 1987). Drugi mehanizam je konvekcija, pojava usled koje sitnije čestice formiraju struju koja ponese krupniju česticu do vrha, a zatim se spuštaju ka dnu suda u strujama koje su blizu zidova i previše uske da bi se i veća čestica spustila, zbog čega ona ostaje na vrhu smeše (Knight *et al.* 1993). Međutim, ovaj mehanizam ne može da objasni inverzni efekat brazilskog oraha (bar ne u cilindričnim sudovima). Takođe, ovaj efekat se može objasniti inercijom zbog koje se veća čestica probija kroz tanak sloj manjih (Canul-Chay *et al.* 2003). Postoji još jedan mehanizam koji je istražen pomoću molekulsko-dinamičkih simulacija, a objašnjava se time da se pod specifičnim vibracionim frekvencijama granularni materijali sabijaju, smeša postaje kompaktnija (kondenzuje se), a pojedinačne čestice ograničavaju svoje kretanje. U smešama sa više vrsta čestica, svaka vrsta ima različitu specifičnu frekvenciju na kojoj se ovo dešava. Ako se smeša dve vrste granula nalazi na frekvenciji koja je između dveju kritičnih frekvencija tih vrsta, samo veće granule će se kondenzovati, a slobodnije kretanje manjih dovešće do izdizanja većih granula na vrh smeše (Hong *et al.* 2001). Još uvek nije utvrđeno koja od ovih teorija najbolje opisuje efekat.

Većina eksperimenata je rađena u sistemima koji su pod uticajem vertikalnih vibracija. U takvom slučaju dobijena je zavisnost vremena koje je uljezu potrebno da se nađe na vrhu smeše ili potone do njenog dna:

$$t = \frac{F}{\Gamma d_v} \sqrt{\frac{1}{R_d d_m}} \quad (1)$$

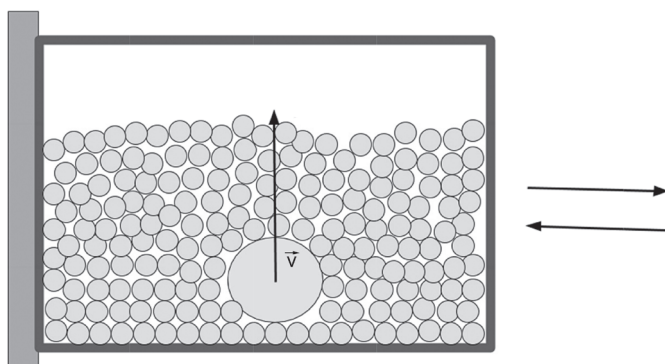
gde je d_v prečnik uljeza, d_m prečnik manjih granula, R_d odnos gustina manjih granula i uljeza (density rate), F funkcija početne dubine uljeza i Γ efektivno ubrzanje sistema odnosno:

$$\Gamma = 4\pi^2 A f^2 g^{-1} \quad (2)$$

gde A predstavlja amplitudu vibracija, f frekvenciju, a g gravitaciono ubrzanje Zemlje. Utvrđeno je postojanje karakterističnog odnosa gustina pri kome uljez prestaje da se kreće naviše i počinje da tone (Hou i Shi 2003).

U ovom radu će biti ispitivano da li zavisnosti od frekvencije vibracija suda, odnosa gustina manjih granula i uljeza, kao i prečnika uljeza, važe i pri horizontalnim vibracijama.

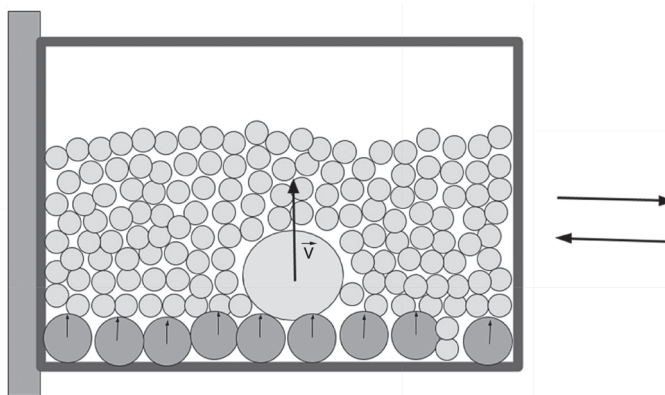
Kada dolazi do efekta brazilskog oraha, horizontalno kretanje suda sa granulama uzrokuje kretanje uljeza ka vrhu smeše, kao što je prikazano na slici 1. Kada dolazi do inverznog efekta, uljez sa vrha smeše počinje da tone, te je ova brzina posmatrana kao negativna.



Slika 1.
Kretanje suda sa manjim granulama i uljezom

Figure 1.
Motions of a vibrating granular bed with a large intruder

Kada se uljez nađe u sudu sa dve vrste granula koje su različite po veličini, na njegovo kretanje utiče i težnja većih od ove dve vrste da se kreću naviše, kao što je prikazano na slici 2. Takođe, brzina uljeza zavisi od prečnika granula kroz koje se kreće, kao što se vidi iz formule (1). Ovo može dovesti do toga da se brzina uljeza razlikuje od slučaja sa jednom vrstom granula.

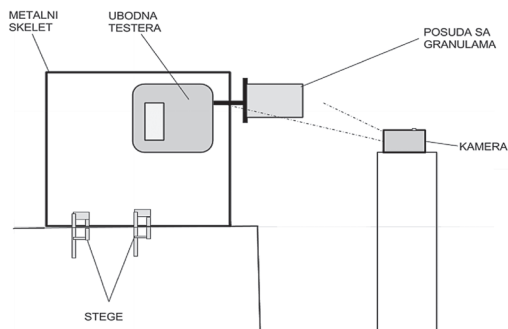


Slika 2.
Kretanje suda sa dve vrste manjih granula i uljezom

Figure 2.
Motions of an intruder in a granular bed with two types of smaller pellets

Aparatura i metod

Glavni deo aparature (slika 3) predstavlja ubodna testera koja proizvodi horizontalne oscilacije amplitude 25 mm, a ima mogućnost promene frekvencije. Granule su vibrirane u posudama koje su približno širine njihovih prečnika, dok je visina posude 10.85 cm i njena dužina 15.5 cm.



Slika 3. Aparatura korišćena u eksperimentima

Figure 3. Equipment used in the experiments

Prvo je merena zavisnost brzine kojom se uljez penje kroz granularnu smešu ili kojom tone od frekvencije vibracija (na 5, 10 i 15 Hz) i odnosa gustina manjih i veće granule. Pri merenjima u zavisnosti od odnosa gustine korišćeno je pet diskova prečnika (24.3 ± 0.1) mm i debljine (7.08 ± 0.08) mm i četiri vrste kuglica prečnika 6 mm.

Tabela 1. Gustine diskova i kuglica korišćenih u merenjima zavisnosti brzine od odnosa gustine manjih granula i uljeza

Kuglice/disk	ρ [kg/m^3]	$\Delta\rho$ [kg/m^3]
kuglice1	990	110
kuglice2	1220	130
kuglice3	1570	160
kuglice4	2100	200
disk1	795	13
disk2	1091	18
disk3	2000	30
disk4	7180	120
disk5	10920	180

Nakon ovoga, posmatrana je promena brzine kojom uljez tone kroz granularnu smešu od prečnika uljeza sa manjim granulama gustine (990 ± 110) kg/m^3 i diskovima gustine (7700 ± 100) kg/m^3 . Pre merenja, sistem se vibrirao nekoliko sekundi dok je uljez magnetom održavan na vrhu granularne smeše.

Konačno, posmatrano je kako se uljez ponaša u smeši dve vrste granula koje se razlikuju u veličini, a obe su manje od uljeza. Ovde je prečnik najmanjih granula bio 6 mm, većih (15.76 ± 0.05) mm, a prečnik uljeza (30.65 ± 0.06) mm. Gustina najmanjih granula bila je (990 ± 110) kg/m^3 , većih (323 ± 6) kg/m^3 , a uljeza (393 ± 5) kg/m^3 . Variran je broj većih granula u smeši.

Sva merenja, osim ispitivanja zavisnosti od frekvencije, vršena su na 10 Hz. U svim merenjima amplituda vibracija bila je 25 mm. Svi parametri osim onog koji se ispituje bili su konstantni. Podaci su dobijani obradom snimaka kretanja uljeza kroz manje granule u programu koji je napisan u Matlabu.



Slika 4.
Binarna slika koja se
dobija obradom
snimaka

Figure 4.
Binary image obtained
by video processing

Program koji je napisan deli dobijene snimke na frejmove i svaku dobijenu sliku iseče na manji deo suda kojim je obuhvaćeno kretanje uljeza. Potom, svaka slika se binarizuje tako da se uljez jasno razlikuje od svog okruženja, kao što je prikazano na slici 4. U slučaju detekcije više različitih objekata, oni koji ne predstavljaju uljeza su eliminisani na osnovu površina i najvećeg rastojanja između dve tačke tog objekta.

Nakon toga se određuju koordinate centra uljeza. Računa se samo vertikalna komponenta brzine u svakom trenutku kretanja, po formuli:

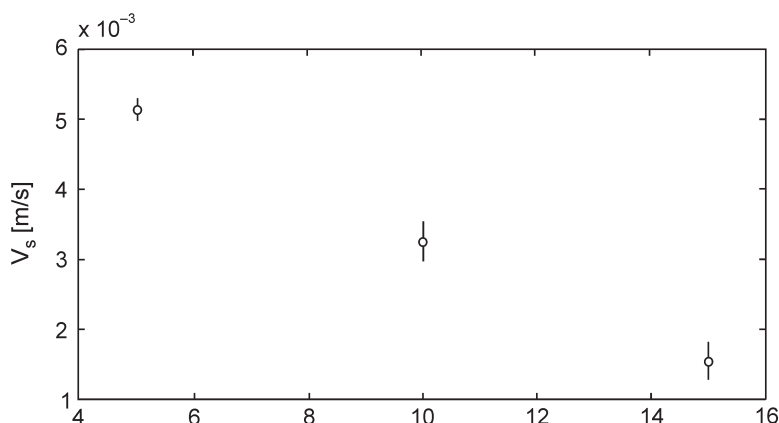
$$V = \frac{r_i - r_{i-1}}{\Delta t} \quad (3)$$

gde su r_{i-1} i r_i vertikalne koordinate uljeza na dve uzastopne slike, odnosno u dva uzastopna trenutka u vremenu, a Δt proteklo vreme između ta dva trenutka. U slučajevima kada su uljez i druga „mrlja” koja se javlja na slici sličnih dimenzija ili kada su svi objekti eliminisani izbacivanjem objekata koji ne odgovaraju dimenzijama uljeza, njegove koordinate su računate pomoću pozicije i brzine koju je imao u prethodnom trenutku.

Zbog problema sa detektovanjem centra uljeza kada se on nalazi blizu ivica suda, srednja brzina nije računata pomoću pozicija koje je imao u početnom i krajnjem trenutku kretanja, već kao aritmetička sredina vrednosti brzina u trenucima kada je on dobro detektovan.

Rezultati i diskusija

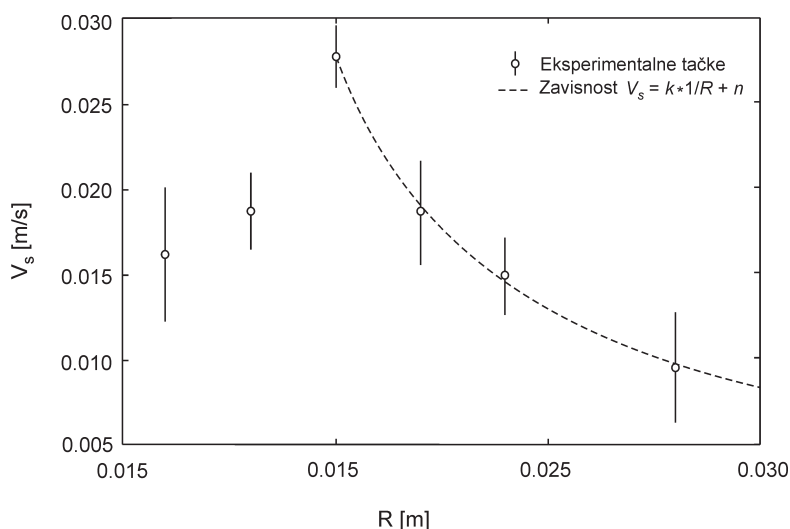
Na slici 5 vide se rezultati dobijeni merenjem brzine uljeza na različitim frekvencijama, iz kojih se može videti da pri horizontalnim vibracijama brzina kretanja uljeza kroz granularnu smešu opada sa povećanjem frkvencije vibracija, što se razlikuje od merenja pri vertikalnim vibracijama.



Slika 5.
Zavisnost brzine penjanja uljeza od frekvencije vibracija sistema

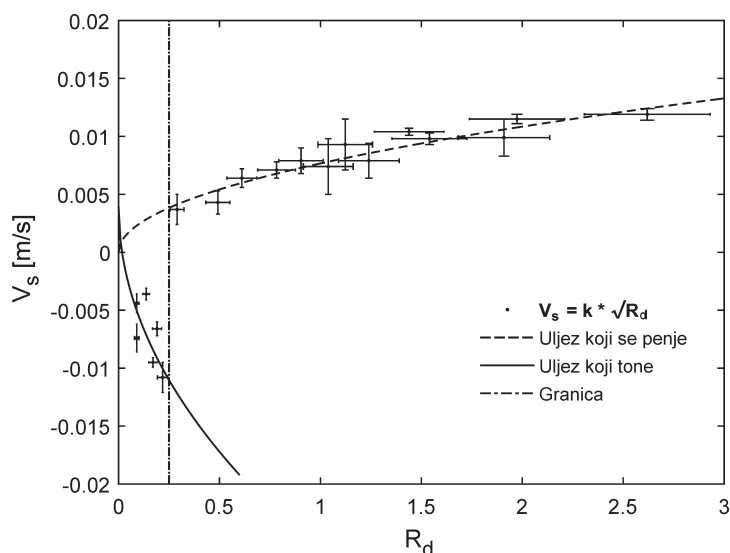
Figure 5.
Velocity of the intruder as a function of the frequency of the vibrations

Do podizanja uljeza i njegovog ostajanja na vrhu smeše dolazi samo kada je on veći od drugih granula, te zaključujemo da je faktor koji najviše utiče na kretanje uljeza veličina granula. Ispitivana je zavisnost brzine kojom se uljez kreće kroz smešu, u slučaju kada uljez tone, od njegovog prečnika. Merenja su ponavljana tri puta. Na slici 6 se može videti zavisnost koja odgovara srazmernosti $1/R$, a od koje odstupaju dve tačke. S obzirom na to da povećanje prečnika diskova, u skladu sa efektom, uslovljava težnju diskova da se kreću ka vrhu, to objašnjava smanjenje brzine na delu grafika na kome je primećena zavisnost. Međutim, povećanje prečnika diskova iste gustine predstavlja i povećanje njihove mase, što znači da veća sila deluje na dole, dovodeći do toga da uljez tone. Dva diska koja odstupaju od zavisnosti kojoj odgovaraju ostali su manja, što može dovesti do toga da promena mase više utiče na njihovo kretanje od promene prečnika. Zbog toga se na prvom delu grafika primećuje da brzina raste sa povećanjem prečnika uljeza. Ovakve zavisnosti nisu opisane u eksperimentima u radovima sa vertikalnom vibracijom sistema.



Slika 6.
Zavisnost brzine kojom uljez tone kroz granularnu smešu od njegovog prečnika

Figure 6.
Velocity of the intruder which sinks to the bottom of the granular bed as a function of the diameter of the intruder



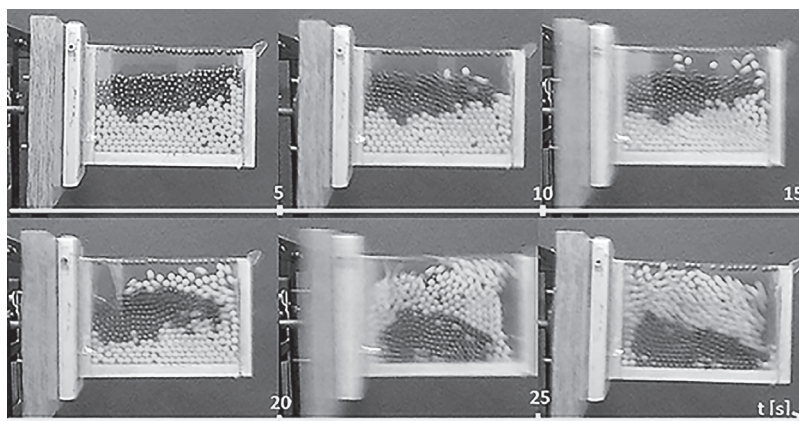
Slika 7.
Zavisnost brzine
kojom se uljez penje
ili tone kroz smešu od
odnosa gustina manjih
granula i uljeza

Figure 7.
Velocity of the
intruder that rises
(dashed line) or sinks
(full line) in the
granular bed as a
function of density rate
(the ratio of the
density of smaller
pellets and an intruder)

Koristeći kombinacije četiri vrste kuglica i pet diskova različitih gustina, dobijen je grafik koji prikazuje zavisnost brzine uljeza od odnosa gustina manjih granula i uljeza. Svako merenje je ponavljano tri puta.

Na slici 7, isprekidana linija predstavlja promenu brzine uljeza kada se on kreće ka vrhu smeše, a puna linija, odnosno negativne brzine na grafiku predstavljaju kretanje u suprotnom smeru, odnosno zavisnost brzine uljeza koji tone. Obe brzine su srazmerne $\sqrt{R_d}$. Vertikalna linija predstavlja graničnu vrednost odnosa gustina pri kojoj je uljez prestao da tone i počeo da se penje ka vrhu.

U oba slučaja, brzina uljeza je srazmerna korenu iz odnosa gustina manjih granula i uljeza. Odnos gustina 0.25 predstavlja kritičan odnos ovog sistema pri kome uljez prestaje da tone i počinje da se penje ka vrhu granularne smeše. Ovi rezultati odgovaraju formuli dobijenoj ispitivanjima efekta pri vertikalnim vibracijama, odnosno formuli (1).

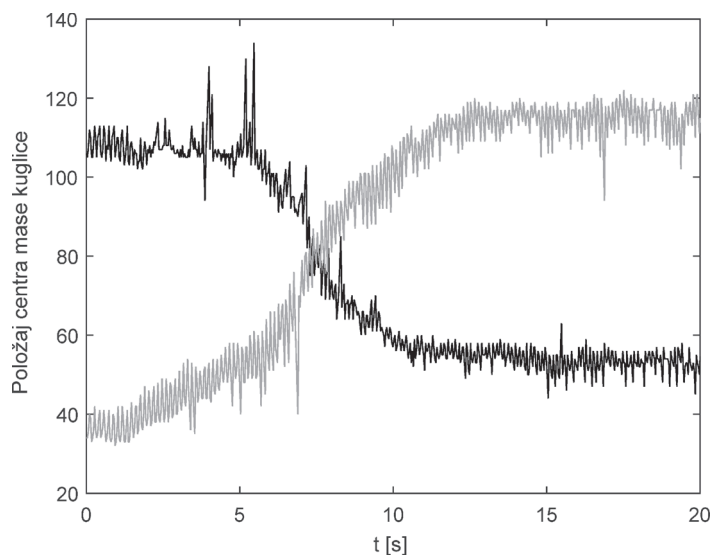


Slika 8.
Ponašanje dve vrste
granula u smeši pod
uticajem vibracija

Figure 8.
Behavior of two types
of pellets in shaken
granular bed

Posmatrano je i kako se ponašaju različite granule u sudu bez uljeza u smeši, što je prikazano na slici 8. Crne granule na slici su prečnika 4 mm i gustine $(16000 \pm 2000) \text{ kg/m}^3$, a svetle prečnika 6 mm i gustine $(990 \pm 110) \text{ kg/m}^3$. Krupnije kuglice su se kretale ka vrhu zidova suda dok su manje tonule krećući se sredinom suda, odnosno stvorene su konvekcijalne struje koje su uticale na ponašanje sistema. Zato možemo zaključiti da je mehanizam koji najviše utiče na raspoređivanje dve vrste granula u smeši konvekcija.

Na slici 9 prikazana je zavisnost položaja centra masa ove dve vrste granula od proteklog vremena. Tamnijom linijom je predstavljeno kretanje crnih, a svetlijom svetlih granula.



Slika 9.

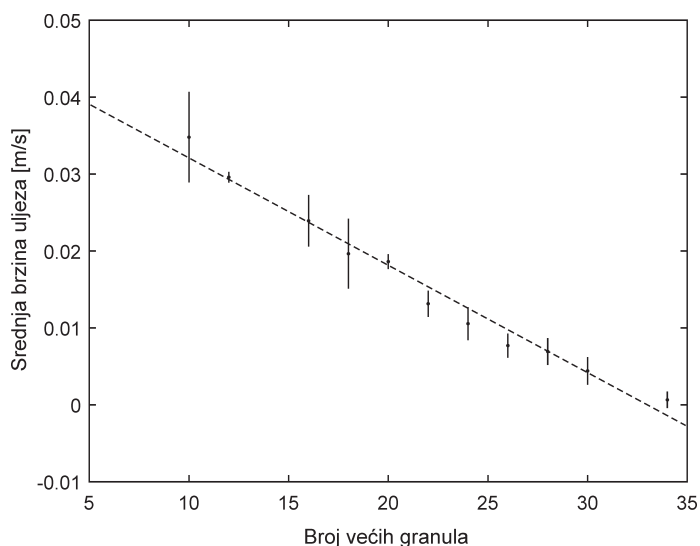
Zavisnost položaja dve vrste granula u smeši pod uticajem vibracija: crna linija – tamne (prečnik 4 mm, gustina 1.6 g/cm^3), siva linija – svetle (prečnik 6 mm, gustina 0.99 g/cm^3)

Figure 9.

The positions of the center of mass of types of pellets as a function of time: black line – dark (6 mm diameter, 1.6 g/cm^3 density), gray line – light (4 mm diameter, 0.99 g/cm^3)

Kada se u sudu nalaze dve vrste granula i veći uljez koji se kreće ka vrhu smeše u obe vrste granula pojedinačno, sa slike 10 se može videti da brzina uljeza linearno opada sa povećanjem broja većih granula u smeši. Uzrok tome može biti zavisnost brzine kretanja uljeza od veličine manjih granula kroz koje se kreće, koja je ispitivana u drugim radovima, kao i težnja granula veće od ove dve vrste da se kreću naviše (kao što je prikazano na slici 2). Svako merenje je ponavljano tri puta.

Najveći uzrok grešaka do kojih dolazi pri ponavljanju merenja jesu vertikalni pokreti suda sa granulama koji nisu mogli biti potpuno uklonjeni, a koji se javljaju zbog načina na koji je napravljena aparatura, odnosno zbog ubodne testere koja proizvodi vibracije. Takođe, na uljeze koji tonu utiče kompaktnost smeše pre no što su pušteni, zbog čega su oni uvek magnetom održavani na vrhu smeše pre početka vibracija. Bez ovog koraka može da se dogodi da isti uljezi tonu do dna smeše ako su pušteni sa vrha, a kreću se naviše do neke visine niže od vrha smeše ako su pušteni sa dna.



Slika 10.
Zavisnost brzine
kojom se uljez penje
kroz smešu dve
različite vrste granula
od broja većih granula
u toj smeši

Figure 10.
Velocity of rising
intruder in granular
bed with two types of
pellets as a function of
number of bigger
pellets in that granular
bed

Zaključak

Istražen je uticaj različitih faktora koji utiču na pojavu efekta brazilskog oraha pri horizontalnim vibracijama sistema. Dobijeni rezultati potvrđuju zavisnost brzine kretanja uljeza kroz sistem od odnosa gustina manjih granula i uljeza (R_d), gde je brzina srazmerna $\sqrt{R_d}$, koja je predviđena pri vertikalnim vibracijama.

Zavisnost od frekvencije vibracija se razlikuje od rezultata dobijenih pri vertikalnim vibracijama (Hou i Shi 2003). Uzrok tome mogu biti različiti mehanizmi koji su dominantni i usled kojih dolazi do efekta, odnosno pojava da se uljez probija kroz tanje slojeve manjih granula usled inercije koja bi mogla da ima veći uticaj pri vertikalnim vibracijama. Pri horizontalnim vibracijama u ovim eksperimentima, primećeno je da na nastajanje ispitivanog efekta utiče stvaranje konvekcijskih struja, ali uticaji ostalih faktora nisu dalje ispitivani.

U pogledu daljih istraživanja, može se proveriti teorijsko objašnjenje rezultata dobijenih za zavisnost brzine uljeza od njegovog prečnika, koji nisu predviđeni eksperimentima rađenim pri vertikalnim vibracijama. Takođe, treba proveriti zavisnost brzine kretanja uljeza kroz granularnu smešu od prečnika manjih granula kroz koje se on kreće.

Zahvalnost. Želela bih da se zahvalim saradnicima na seminarima fizike, Marku Kuzmanoviću, Petru Bojoviću i Sari Bogojević, na pomoći i sugestijama oko pravljenja aparature i obavljanja eksperimenta. Takođe bih želela da se zahvalim tati za veliku pomoć oko osmišljavanja i izrade potrebne aparature, bez koje projekat ne bi bilo moguće realizovati.

Literatura

- Kudrolli A. 2004. Size separation in vibrated granular matter. *Reports on Progress in Physics*, **67** (3): 0402205.
- Prinz F., Rosato A., Strandburg K. J., Swendsen R. H. 1987. Why the Brazil nuts are on top: Size segregation of particulate matter by shaking. *Physical Review Letters*, **58**: 1038.
- Knight J. B., Jaeger H. M., Nagel S. R. 1993. Vibration-induced size separation in granular media: The convection connection. *Physical Review Letters*, **70**: 3728.
- Hong D. C., Luding S., Quinn P. V. 2001. Reverse Brazil nut problem: competition between percolation and condensation. *Physical Review Letters*, **86**: 3423.
- Canul-Chay G. A., Nahmad-Molinari Y., Ruiz-Suárez J. C. 2003. Epitaxial growth of granular single crystals. *Physical Review Letters*, **E 68**: 041301.
- Hou M., Shi Q. 2003. Effects of Air on the Segregation of Particles in a Shaken Granular Bed. *Physical Review Letters*, **91**: 014302.

Emilija Đorđević

Dependence of the Velocity of an Intruder in a Granular System Undergoing Horizontal Vibrations on the Parameters of the System

The Brazil Nut Effect occurs when large particles in a vibrating granular bed rise to the top. However, sometimes large pellets sink to the bottom, thus creating the Reverse Brazil Nut effect. Experiments were conducted where a container filled with pellets of approximately the same width as the container, so that the formed granular systems are two-dimensional, was affected by horizontal vibrations. The velocity of a large pellet (intruder) was calculated using video processing. The effects of frequency, ratio of the density of smaller pellets and intruder (density rate) and the diameter of the sinking intruder on the velocity were studied. The movement of pellets and the intruder in a two-type granular bed was observed. The velocity of the intruder as a function of the density rate is the same under vertical and horizontal vibrations, and it is proportional to the square root of that rate. The dependence of the frequency and the diameter of the sinking intruder is different. The velocity of the intruder under horizontal vibrations decreases when frequency is increased. Increasing the diameter causes the increasing of velocity until a certain point, and it is inversely proportional for higher values of diameters. By observing the movements of pellets in a two-type granular bed, it is concluded that convention is an important factor for this effect, and if the intruder is in that kind of bed, its velocity decreases when the number of larger pellets increases.

