

---

Luka Blagojević i Stefan Velja

# Numerička simulacija efekta elektromagnetno indukovane transparentnosti

---

*Ispitivan efekat elektromagnetno indukovane transparentnosti, numeričkom simulacijom, pri promeni parametara Debaj–Hikelovog potencijala konfiniranja. Promenom parametara potencijala, dolazi do promene talasne funkcije elektrona, što utiče na određene osobine sistema. U njih spadaju vrednosti energetskih nivoa, kao i koeficijent spontane emisije. Zatim se svi dobijeni podaci koriste u optičkim Blohovim jednačinama koje definišu apsorpciju i refrakciju, a samim tim i pojavu elektromagnetno indukovane transparentnosti. Efekat je konkretno ispitivan za lambda konfiguracije, koje predstavljaju specifično stanje sistema pri kojem su prelazi elektrona između prvog i drugog energetskog nivoa zabranjeni.*

---

## Uvod

Kada zađemo dublje i posmatramo svet u veoma malim dimenzijama, primećujemo da važe sasvim novi prirodni zakoni u poređenju sa svakodnevnom realnošću. Uzimajući u obzir da se radi sa veoma malim veličinama, eksperimentalna ispitivanja moraju biti veoma fino podešena, dobro kalibrisana i opremljena razvijenom opremom. Međutim, postoji i drugi, pristupačniji metod, a to je računanje pomoću kompjuterskih simulacija, kojima ispitujemo neke pojave koristeći već formulisane zakone kvantne fizike.

Elektromagnetno indukovana transparentnost (EIT) predstavlja efekat destruktivne kvantne interferencije koji dozvoljava propagaciju svetlosti u do tada netransparentnom atomskom

medijumu. Javlja se pri interakciji laserskih polja sa kvantnim sistemima pri čemu dolazi do smanjenja apsorpcije, odnosno do transparentnosti za određeni deo spektra tog sistema. Tada se, umesto jednog „vrha” na apsorpcionom spektru javljaju se dva, pored prvog, dok prvi vrh nestaje i apsorpcija tu pada skoro do nule. Na slici 1 se može videti primer EIT-a gde je prvobitni vrh označen isprekidanom linijom, a dva novonastala punom. Osim koeficijenta apsorpcije, menja se i koeficijent refrakcije, odnosno koeficijent prelamanja svetlosti, čija nagla i pozitivna promena može smanjiti brzinu datog lasera, odnosno „paketa” svetlosti koja prolazi kroz datu sredinu. Taj efekat je poznatiji kao „spora svetlost” (Matsko 2001) i potencijalno se može primeniti za poboljšanje optičkih kablova koji služe za veoma brzo prenošenje informacija. Međutim, mnogi sistemi u kojima se ona javlja nisu dobro ispitani, a jedan od njih je i sistem vodonikove plazme. Za njega ne postoji analitičko rešenje, što za način ispitivanja ostavlja samo rešavanje numeričkim metodama.

## Teorijske osnove

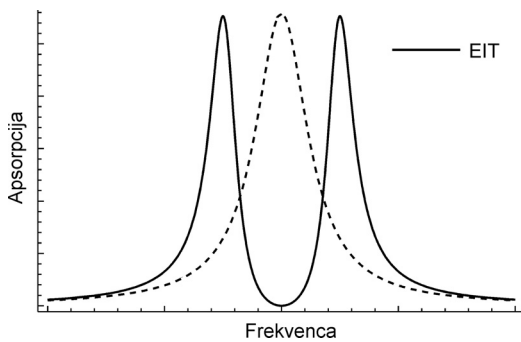
U atomskoj fizici, Borov model atoma opisuje atom kao malo, pozitivno naelektrisano jezgro okruženo elektronima koji kruže po sfernim orbitama, pod uticajem Kulonovih interakcija i centrifugalne sile. Kako ovaj model uvodi kvantizovane vrednosti fizičkih veličina, to znači da poluprečnici orbita elektrona, njihova energija i momenti impulsa mogu imati samo diskretne vrednosti. Elektroni se moraju striktno kretati po stacionarnim putanjama. Pri svakom prelasku

---

*Luka Blagojević (1995), Kraljevo, Trg oslobođenja 1/5, učenik 4. razreda Medicinske škole Kraljevo*

*Stefan Velja (1996), Sremska Kamenica, Ulica Ljiljana 9, učenik 3. razreda Gimnazije „Jovan Jovanović Zmaj” u Novom Sadu*

*MENTOR: Vladan Pavlović, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Nišu*



Slika 1. Apsorpcija pri EIT efektu

Figure 1. Absorbition under EIT effect

elektrona sa jedne putanje na drugu, dolazi do pojave emisije ili apsorpcije elektromagnetnog zračenja u zavisnosti od toga da li prelaze sa nivoa više ili niže energije. Elektromagnetno zračenje koje se tada emituje, odnosno apsorbuje predstavlja jedan kvant svetlosti – foton i može imati samo određene vrednosti energije.

Za samo dobijanje i objašnjavanje pojave elektromagnetno indukovane transparentnosti, potrebno je objasniti i sam sistem u kome se ona javlja. Osnovna jednačina koja objašnjava kvantne sisteme je Šredingerova jednačina. To je parcijalna diferencijalna jednačina koja opisuje kvantne sisteme. Ona uvodi jednu fizičku veličinu koja se naziva talasna funkcija. Talasna funkcija je kompleksna funkcija koja sama po sebi nema fizički smisao, međutim, pored toga što sadrži sve moguće informacije o nekom izolovanom sistemu ili njegovom delu, kvadrat njenog modula predstavlja gustinu verovatnoće nalaženja neke čestice u nekom prostoru. Šredingerova jednačina može opisivati sisteme koji se menjaju kroz vreme (vremenski zavisna Šredingerova jednačina) i sisteme gde se talasne funkcije ne menjaju sa vremenom (vremenski nezavisna Šredingerova jednačina). Vremenski nezavisna Šredingerova jednačina za jednu nerelativističku česticu glasi:

$$E\psi(\mathbf{r}) = \left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) \quad (1)$$

gde  $E$  predstavlja energiju čestice u stanju  $\psi$ ,  $\mu$  je „redukovana masa” čestice,  $\nabla^2$  je Laplasov operator,  $V$  je potencijalna energija čestice, a  $\mathbf{r}$  vektor pozicije čestice u prostoru.

Ovakav oblik jednačine nije pogodan, pošto se pozicija javlja kao funkcija od sve tri koordinate u Dekartovom koordinatnom sistemu, te imamo tri dimenzije po koje moramo posmatrati sistem. Pošto je sistem koji posmatramo sferno simetričan, pretvaranjem u sferične koordinate, problem se može prevazići i jednačina se može razdvojiti na radialni i angularni deo. Korišćenje Radijalne Šredingerove jednačine omogućava rešavanje uz samo jednu nepoznatu veličinu u jednačini – dužinu vektora pozicije (dalje obeležavana sa  $r$ ). Druge dve dimenzije koordinatnog sistema (uglovi koji određuju pravac vektora) nisu neophodne za dati problem. Dakle, za posmatrane slučajeve, talasna funkcija je sferno simetrična.

## Potencijal i konfinirani sistemi

Potencijal predstavlja karakteristiku polja i govori nam koliku bi potencijalnu energiju imala neko telo u interakciji sa njim u nekom određenom položaju. Formula za Kulonov potencijal je predstavljena u sledećem obliku:

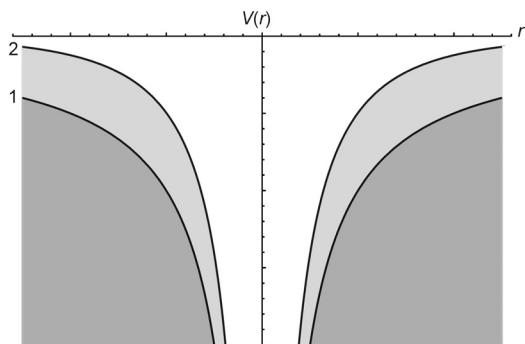
$$V(r) = -\frac{1}{r} \quad (2)$$

Ovde se vidi da je on obrnuto proporcijalan rastojanju. Međutim, u zavisnosti od sistema potencijal može zavisti od više faktora i tom slučaju, neće zavisiti samo od udaljenosti. U slučaju vodonikove plazme, koji se se ispituje (pored vodonikovog atoma), zavisi i od faktora  $\alpha$ , kojim mi aproksimirano različita stanja plazme, poznatijeg kao Debaj–Hikelov potencijal

$$V(r) = -\frac{e^{\alpha r}}{r} \quad (3)$$

Na slici 2 su predstavljena dva potencijala – Kulonov i Debaj–Hikelov, pri faktoru  $\alpha = 0.1$ , pri čemu se jasno vidi da je vrednost potencijala (3) izrazito veća od potencijala (2).

Sistem na koji deluje neki dodatni potencijal u odnosu na osnovni (u ovom slučaju Kulonov), kaže se da je konfiniran.



Slika 2. Zavisnosti potencijala  $V$  od udaljenosti  $r$ :  
1 – Kulonov, 2 – Debye-Hikelov

Figure 2. Potential  $V$  dependence versus distance  $r$ :  
1 – Coulomb, 2 – Debye-Hückel

## Spontana emisija

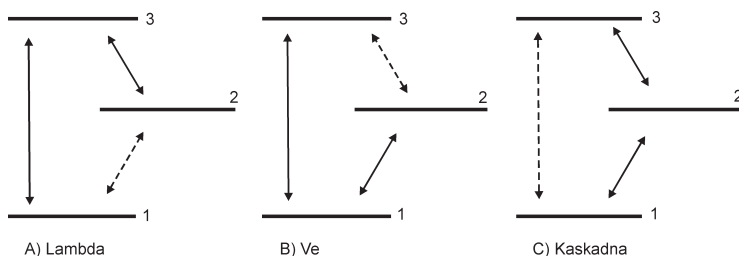
Elektron može spontano, odnosno bez spoljašnjeg uticaja da prelazi sa višeg na niži energetski nivo. U tom procesu, on oslobađa foton koji je jednak energetskej razlici prethodno pomenutih nivoa, što je objašnjeno formulom

$$E_1 - E_2 = h\nu \quad (4)$$

Koeficijent spontane emisije predstavlja verovatnoću njenog dešavanja u jedinici vremena i on je definisan formulom

$$\Gamma_{\text{rad}}(\omega) = \frac{4\alpha\omega^2 n \langle |1| r |2\rangle|^2}{3c_0^2} \quad (5)$$

Član  $\omega^3$  je srazmeran sa razlikom energija između dva nivoa, a  $\langle |1| r |2\rangle^2$  je funkcija koja zavisi od talasnih funkcija oba stanja (nivoa).



Slika 3. Konfiguracije sistema sa tri nivoa

Figure 3. Three level system configurations

## Konfiguracije

Prelasci elektrona sa jednog energetskog nivoa na drugi su definisani formulom (6) i direktno zavise od talasne funkcije nivoa koji su u pitanju. U slučaju kada je rešenje date formule jednako nuli, kaže se da je prelaz zabranjen, odnosno da elektroni ne prelaze sa jednog energetskog nivoa na drugi. U zavisnosti od mogućnosti prelaza elektrona između nivoa, postoje karakteristični skupovi stanja koji se nazivaju konfiguracije. Specifično, kod sistema sa tri nivoa, postoje lambda, vee i cascade konfiguracije

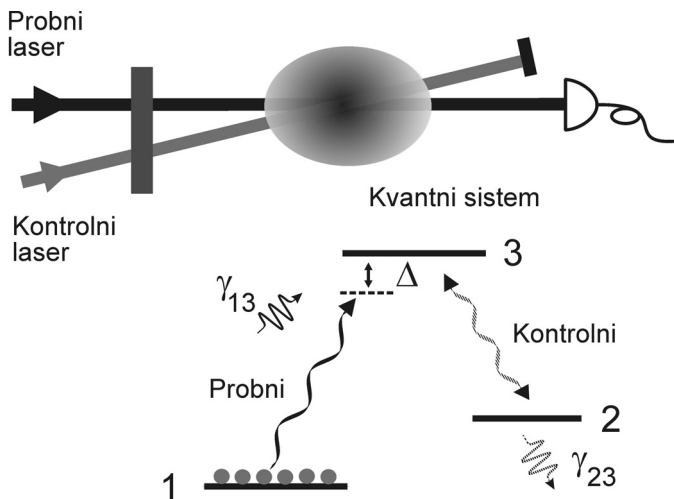
Na slici (3) su prikazane različite konfiguracije sistema sa tri nivoa. Nivoi su numerisani od 1 do 3 po rastućim energijama. Obostrana crna strelica predstavlja dozvoljen prelaz, dok obostrana crvena strelica predstavlja zabranjen prelaz. Možemo razlikovati:

- Lambda* konfiguraciju, kod koje je zabranjen prelaz između prvog i drugog nivoa.
- Ve* konfiguraciju, kod koje je zabranjen prelaz između drugog i trećeg nivoa.
- Kaskadnu* konfiguraciju, kod koje je zabranjen prelaz između prvog i trećeg nivoa.

Dobijanje pojave EIT-a u eksperimentalnim uslovima zahteva probni i kontrolni laser koji će delovati na dati sistem, kako je prikazano na slici (4). Probni laser je podešen da njegova energija bude približna vrednosti nivoa (Razlika energije nivoa i lasera se obeležava sa  $\Delta$ ), dok kontrolni ima znatno viši intezitet.

## Metoda rada

Kako bi se pojava EIT-a ispitala, potrebno je znati određene osobine kvantnog sistema. Međutim, one su nepoznate za sistem vodonikove plazme i zahtevaju numeričko izračunavanje.



Slika 4. Eksperimentalna postavka:  
 $\gamma$  – koeficijent spontane emisije  
 $\Delta$  – energetska razlika lasera i nivoa  
 $\Omega$  – Rabijska frekvencija lasera

Figure 4. Experimental setup:  
 $\gamma$  – spontaneous emission coefficient  
 $\Delta$  – energy difference between laser and level  
 $\Omega$  – Rabi frequency

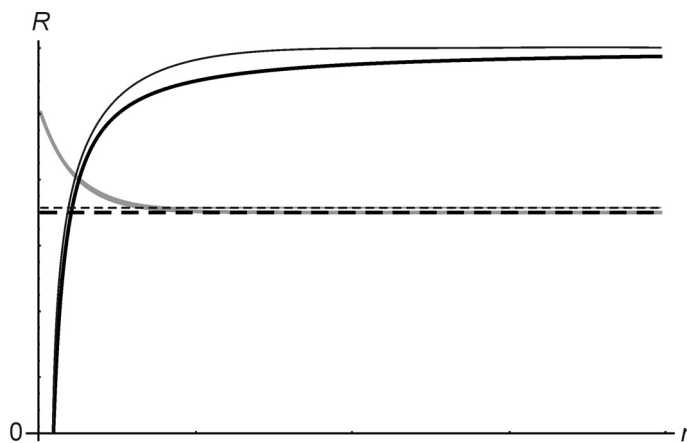
## Određivanje energije

Na grafiku se vidi da vrednosti energije nivoa nisu iste za različite parametre potencijala, pa ih je potrebno izračunati za nove potencijale. Međutim, nije moguće analitički rešiti Šredingerovu jednačinu za elektron u vodonikovoj plazmi, pa je ovaj problem rešavan numerički, kodiranjem programa u C++ programskom jeziku.

Naime, zna se da gustina verovatnoće nalaženja čestice, a samim tim i njena talasna funkcija, teži nuli kada rastojanje teži beskonačnosti. Shodno tome, koristili smo tzv. shooting method (Stoer i Bulirsch 1980), gde je energija menjana od najniže moguće koju teorija dozvoljava i pri svakom koraku računata vrednost talasne fun-

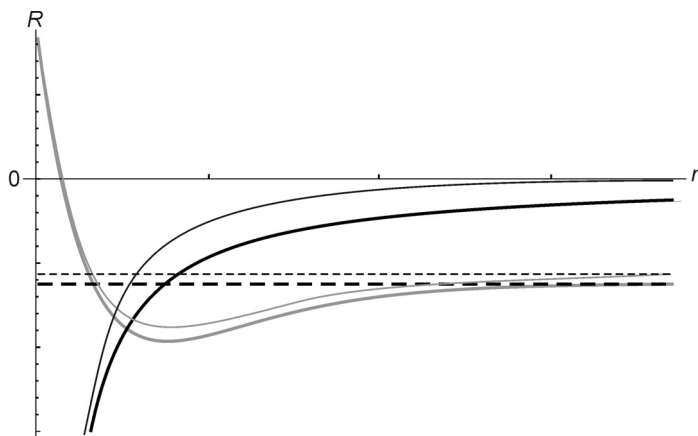
kcije u dovoljno dalekoj tački koja je prethodno određena i posmatrana kao beskonačnost. Talasna funkcija se može izračunati iz Šredingerove jednačine, ali samo numerički, jer analitičko rešenje ne postoji. Korišćen je Numerovljev (Numerov) metod (Hairer1993) koji se ispostavio i jednostavniji i precizniji od Runge Kutta 4 metoda.

Na graficima (slike 5–8) mogu se videti talasne funkcije (sive linije), potencijali (crne linije) svojstvene energije (isprekidane) za vrednosti parametra potencijala  $\alpha$  za 0 (tanje linije) i 0.07 (deblje linije). Zbog veoma male razlike u vrednostima talasne funkcije (slika 5), razlika je neuočljiva na nižim nivoima, dok to nije slučaj za više nivoa (slike 6, 7 i 8).



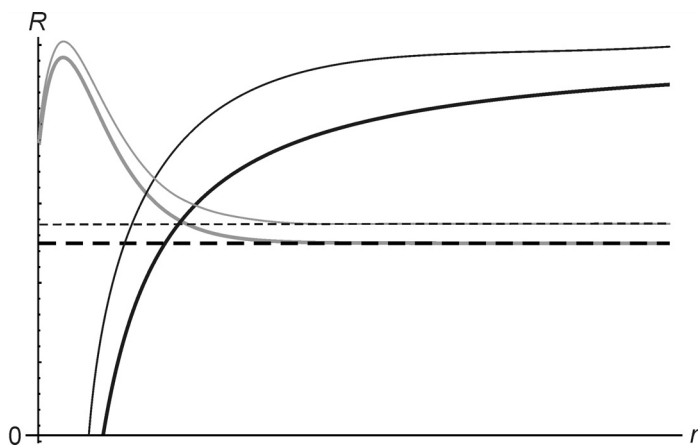
Slika 5. Zavisnost radialne talasne funkcije (sive linije) i potencijala (crne linije) od udaljenosti  $r$  za nivo 1s. Isprekidanim linijama označene su svojstvene energije. Tanje linije odgovaraju vrednostima  $\alpha = 0$ , a deblje  $\alpha = 0.07$ .

Figure 5. Radial wave function (gray) dependence in respect to distance  $r$  for 1s level. Dashed lines represent intrinsic energies. Thin lines correspond to  $\alpha = 0$ , while bold lines correspond to  $\alpha = 0.07$ .



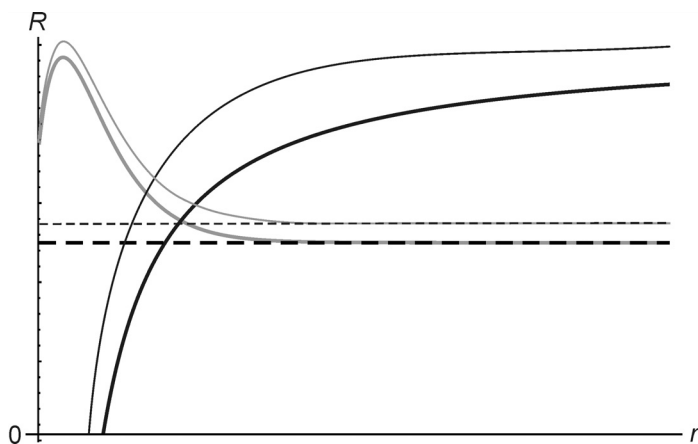
Slika 6. Zavisnosti radialne talasne funkcije (sive linije) i potencijala (crne linije) od udaljenosti  $r$  za nivo 2s. Isprekidanim linijama označene su svojstvene energije. Tanje linije odgovaraju vrednostima  $\alpha = 0$ , a deblje  $\alpha = 0.07$ .

Figure 6. Radial wave function (gray) and potential (black) dependence in respect to distance  $r$  for 2s level. Dashed lines represent intrinsic energies. Thin lines correspond to  $\alpha = 0$ , while bold lines correspond to  $\alpha = 0.07$ .



Slika 7. Zavisnosti radialne talasne funkcije (sive linije) i potencijala (crne linije) od udaljenosti  $r$  za nivo 2p. Isprekidanim linijama označene su svojstvene energije. Tanje linije odgovaraju vrednostima  $\alpha = 0$ , a deblje  $\alpha = 0.07$ .

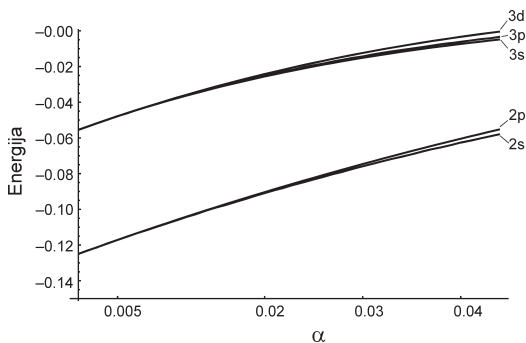
Figure 7. Radial wave function (gray) and potential (black) dependence in respect to distance  $r$  for 2p level. Dashed lines represent intrinsic energies. Thin lines correspond to  $\alpha = 0$ , while bold lines correspond to  $\alpha = 0.07$ .



Slika 8. Zavisnosti radialne talasne funkcije (sive linije) i potencijala (crne linije) od udaljenosti  $r$  za nivo 3p. Isprekidanim linijama označene su svojstvene energije. Tanje linije odgovaraju vrednostima  $\alpha = 0$ , a deblje  $\alpha = 0.07$ .

Figure 8. Radial wave function (gray) and potential (black) dependence in respect to distance  $r$  for 3p level. Dashed lines represent intrinsic energies. Thin lines correspond to  $\alpha = 0$ , while bold lines correspond to  $\alpha = 0.07$ .

Na grafiku (slika 9) su prikazane vrednosti energetskih nivoa u zavisnosti od promene parametra potencijala  $\alpha$ . Primećuje se da su nivoi sa istim glavnim kvantnim brojevima sličnih energetskih vrednosti.



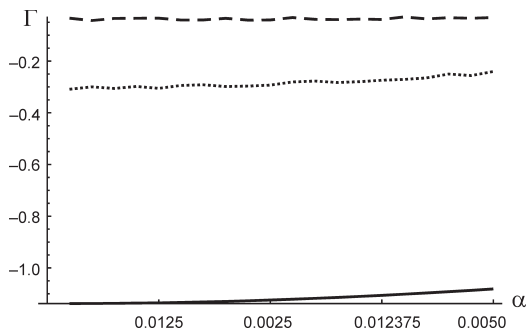
Slika 9. Zavisnosti energetskog nivoa od parametra potencijala  $\alpha$

Figure 9. Energy level dependence in respect to parameter  $\alpha$

## Određivanje koeficijenta spontane emisije i konfiguracije

Određivanjem talasne funkcije neka dva stanja i razlike njihove specifičnih energija (Fermi 1950), može se odrediti vrednost elementa  $\langle |l|r|2 \rangle^2$  iz formule (5). Nakon što se izračuna koeficijent spontane emisije na nekom prelazu, dolazimo do ključnog dela – variranje parametra  $\alpha$  iz formule za potencijal.

Tada možemo naći funkciju zavisnosti koeficijenta spontane emisije od parametra  $\alpha$  za različite prelaze (dobijamo vrednosti koeficijenata kao na slici 10), a ne analitičkom obliku funkcije). Sa tim znanjem, u stanju smo iz vrednosti  $\Gamma$  za sva tri para stanja koja posmatramo zaključiti o kojoj konfiguraciji je reč. Ukoliko je vrednost  $\Gamma$  za neki prelaz jednaka 0, taj prelaz je zabranjen. Kako u ovom radu posmatramo pojavu EIT samo u lambda konfiguracijama, prethodno su birani sistemi koji bi trebalo da odgovaraju tim osobinama. Važno je napomenuti da u zavisnosti od vrednosti koeficijenta  $\alpha$ , neki sistemi sa tri nivoa mogu imati različite konfiguracije, što dodaje na samoj kompleksnosti problema.



Slika 10. Zavisnost koeficijenta spontane emisije od parametra  $\alpha$ . Puna linija predstavlja prelaz između nivoa 1s i 2p, tačkasta između 1s i 3p, a isprekidana između 2s i 3p.

Figure 10. Spontaneous emission coefficient dependence in respect to parameter  $\alpha$ . Each type of line represents a transition between levels: bold for 1s and 2p, dotted for 1s and 3p, and dashed for 2s and 3p.

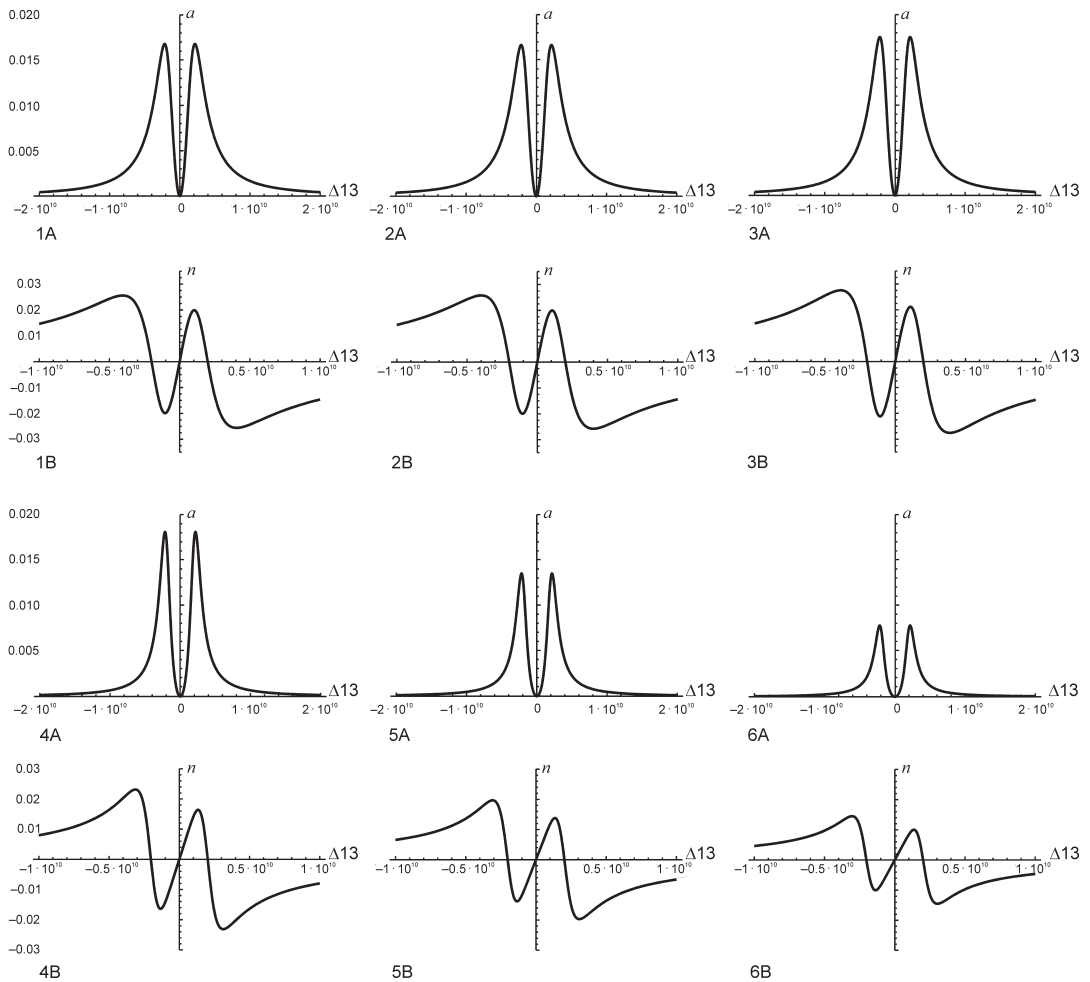
Na grafiku (slika 10) su prikazane vrednosti koeficijenta spontane emisije u zavisnosti od parametra  $\alpha$ . Treba napomenuti da je prelaz 1s i 2s zabranjen (što definiše lambda konfiguraciju), pa je njegova vrednost jednaka nuli.

## Račun pomoću optičkih Blohovitih jednačina

Rabijeva frekvencija lasera predstavlja veličinu koja je u direktnoj vezi sa intezitetom lasera. Optičke Blohove jednačine predstavljaju skup nekoliko jednačina ključnih za računanje koeficijenta apsorcije i refrakcije sistema, koji direktno zavise od koeficijenata spontane emisije, Rabijeve frekvencije lasera i vrednosti energetskih nivoa u konfiguraciji. One su jako specifične i postoji poseban set jednačina za svaku od tri konfiguracije prikazane na slici 3. Za ovaj rad bile su potrebne jednačine vezane za lambda konfiguraciju. Formule se mogu naći u radu Sen *et al.* (2014).

## Rezultati

Za lambda konfiguraciju sa nivoima 1s, 2s i 2p, pri Rabijem frekvencama lasera  $g_1 = 8 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $g_2 = 2 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  rezultati su prikazani na graficima 1–3 na slici 11. Grafici 1A, 2A i 3A pred-



Slika 11. Grafici zavisnosti koeficijenta apsorpcije  $a$  i refrakcije  $n$  u zavisnosti od energetske razlike nivoa lasera  $\Delta 13$

Figure 11. Absorption  $a$  and refraction  $n$  coefficient dependence in respect to energy difference between level and laser  $\Delta 13$

stavljaju zavisnost koeficijenta apsorpcije od energetske razlike između nivoa i lasera. Njima odgovaraju vrednosti parametra iz formule (3) od 0.02, 0.045 i 0.07 redom. Grafici 1B, 2B i 3B predstavljaju grafike zavisnosti koeficijenta refrakcije od energetske razlike između nivoa i lasera, za iste vrednosti parametra  $\alpha$ .

Za lambda konfiguraciju sa nivoima 1s, 2s i 3p, pri Rabijem frekvencama  $g_1 = 8 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $g_2 = 2 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  rezultati su prikazani na graficima 4–6. Grafici 4A, 5A i 6A predstavljaju zavisnost

koeficijenta apsorpcije od energetske razlike između nivoa i lasera, dok grafici 4B, 5B i 6B predstavljaju odgovarajuću zavisnost koeficijenta refrakcije, za vrednosti parametra  $\alpha$  0.02, 0.045 i 0.07, redom.

## Diskusija

Za ispitivanje pojave u različitim potencijalima, izabrane su vrednosti parametra  $\alpha$  od 0.02, 0.045 i 0.07. Njihova razlika je dovoljno velika



da bi se primetila i razlika u pojavi, a pritom su vrednosti dovoljno niske da bi dale precizne rezultate (jer se pri većim vrednostima  $\alpha$  dolazi do gubljenja preciznosti). Sama pojava elektromagnetno indukovane transparentnosti predstavlja deljenje apsorpcionog vrha na dva dela, odnosno smanjenja apsorpcije na određenom delu spektra, što se poklapa sa dobijenim rezultatima i može se videti na graficima koji obeležavaju apsorpciju (svi obeleženi sa "A"). Nagla promena refrakcije se može videti na graficima koji obeležavaju refrakciju (svi obeleženi sa "B"), naročito oko nule, što je karakteristično za pojavu elektromagnetno indukovane transparentnosti. U radu Sen *et al.* (2014) su dobijeni rezultati koji se opisno poklapaju sa našim rezultatima. Apsorpcioni vrh je podeljen na dva dela, a disperzija naglo menja vrednost u zavisnosti od energetske razlike nivoa i lasera.

Primećeno je da je se kod nekih konfiguracija može videti veća osetljivost na promenu parametara potencijala. Poređenjem grafika 4A, 5A, 6A sa graficima 1A, 2A i 3A, primećuje se razlika u koeficijentu apsorpcije. Kod prve konfiguracije, vrednost koeficijenta apsorpcije ostaje približno ista, dok se kod druge konfiguracije smanjuje, pri povećanju parametra  $\alpha$ . Takođe poređenjem grafika 4B, 5B, 6B sa graficima 1B, 2B i 3B, primećuje se razlika u koeficijentu refrakcije. Kod prve konfiguracije, vrednost koeficijenta refrakcije ostaje približno ista, dok se kod druge konfiguracije smanjuje, pri povećanju parametra  $\alpha$ .

Jedna hipoteza koja bi mogla da objasni različitu osetljivost na promenu potencijala je struktura samih konfiguracija. Prva konfiguracija se sastoji od energetskih nivoa čije su vrednosti energija bliže u poređenju sa drugom konfiguracijom, kod koje su energetski nivoi udaljeniji po vrednostima energija, koje se mogu videti na slici 9. U formuli (3) se vidi da potencijal direktno zavisi od udaljenosti. Kod prve konfiguracije imamo energetske nivoe koji su relativno blizu i zbog toga vrednost koeficijenta apsorpcije i refrakcije ne opada. Međutim, kod druge konfiguracije imamo energetske nivoe koji su udaljeniji jedni od drugih, pa je i sam efekat promene potencijala izraženiji.

## Zaključak

Cilj ovog rada bio je ispitivanje efekta elektromagnetno indukovane transparentnosti (EIT) u različitim potencijalima, što se na kraju i pokazalo kao moguće.

Međutim, sama pojava EIT-a je karakteristična za različite konfiguracije, dok je naša bazirana na lambda konfiguraciji od tri nivoa. Sama promena konfiguracije ne predstavlja veliki izazov, čak se i svodi na promenu nekoliko redova optičkih Blohovich jednačina. Srž ovog rada su programi koji nam daju odgovarajuće parametre i osobine sistema, a bazirani su na fundamentalnim jednačinama kvantne mehanike.

U fokusu ovog rada bio je EIT efekat koji se javlja u lambda konfiguraciji sistema. Dalje bi mogao da se ispita efekat pri ostalim konfiguracijama. Promene koeficijenta apsorpcije i refrakcije karakterišu pojavu EIT-a i one su u ovom radu obrađene na opisnom nivou. Te promene se mogu bolje opisati i kvantifikovati, što bi dovelo do njihovog fundamentalnijeg shvatanja. Takođe, naš početni parametar  $\alpha$  od koga zavisi potencijal nema kompleksnu zavisnost, odnosno predstavlja samo numeričke vrednosti bez fizičkog smisla, pa bi njegoa povezanost sa parametrima sistema mogla dovesti do realnijeg opisa sistema.

**Zahvalnost.** Moramo napomenuti da je ovaj rad realizovan uz ogromnu, nesebičnu pomoć našeg mentora, Vladana Pavlovića. Bez njega projekat ne bi tekao ni približno ovako brzo, a verovatno ne bi ni bio završen, te mu se ovom prilikom iskreno i duboko zahvaljujemo. Takođe, želimo istaći i trud koji su u naš projekat uložili svi ostali saradnici na seminaru Fizike u Petnici, na kom smo takođe zahvalni.

---

## Literatura

Fermi E. 1950. *Nuclear Physics*. University of Chicago Press

Hairer E., Norsett S. P., Wanner G. 1993. *Solving ordinary differential equations I: Nonstiff problems*. Springer



Matsko A. B., Kocharovskaya O., Rostovtsev Y., Welch G. R., Zibrov A. S., Scully M. O. 2001. Slow, ultraslow, stored, and frozen light. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, **46**: 191.

Sen S., Nath, M. R., Dey T. K., Gangopadhyay G. 2014. Comparison of electromagnetically induced transparency in lambda, cascade and vee three-level systems. *Journal of Modern Optics*, **62** (3): 166.

Stoer J., Bulirsch R. 1980. *Introduction to Numerical Analysis*. New York: Springer

---

*Luka Blagojević and Stefan Velja*

## Numerical Simulation of the Electromagnetically Induced Transparency Effect

This work is based around the study of electromagnetically induced transparency effect. The effect is numerically simulated in a system similar to hydrogen plasma, because there are no analytical solutions to that specific problem. In order to simulate the effect, properties of the system, such as energies of a specific level, spontaneous emission coefficient and system configuration are calculated and determined. After the properties are obtained, absorption and refraction coefficients are calculated via Optical Bloch equations.

The EIT effect can be seen on the graphs (Figure 11, 1A-6A), which shows how absorption coefficient changes with energy difference between a specific level and a laser which is used to obtain the effect. The main characteristic of the effect is that the absorption peak plummets to zero and it seems divided on two similar peaks. This study obtained similar results which suggests that the effect is possible in a system similar to hydrogen plasma. 